



野外における土壌理化学性の空間的不均一性に対する 主要なアプローチの特徴と適用性

原口暢朗¹、柏木淳一²、斎藤広隆³

Characteristics and applicability of major approaches on spatial variability of soil properties in the field

Noburo HARAGUCHI¹, Junichi KASHIWAGI² and Hiroataka SAITO³

1. はじめに

近年我が国では土地利用型農業において、高精度測位技術及び機械制御技術の発達を背景として、“スマート農業”と称される農法が推進されている（農林水産省, 2023）。この農法の骨子は、圃場内の土壌理化学性の空間的な分布を位置情報とセットで取得して2次元マップを作成し、このマップを高精度測位で制御された農業機械に搭載して、圃場内の各地点における土壌理化学性の値に応じた各種の栽培管理（例えば、可変施肥）を行うものである。しかしながら、開放系である野外農地の環境は、植物工場や温室のような閉鎖系のそれとは大きく異なる。野外の農地では、土壌理化学性に地点間のバラツキ、すなわち空間的な変動があり、一部の土壌理化学性は気温や降水量などの気象要因や農作業などの人為的要因の影響を直接受け、空間的な分布が時間的に変化して、作物生育や各種の栽培・圃場管理に様々な影響をもたらす。従って、“スマート農業”を効果的に進めるためには、土壌理化学性の空間的・時間的な変動を適切にモニタリング・解析して管理に結び付けることが重要である。

農地を含む野外における土壌理化学性の空間的な変動（以下、「空間的不均一性」と記す）に関する主要なアプローチは、1970年代から1980年代にかけて提案され、Fig. 1のように整理される。これらのアプローチは、不均一性に対する視点や仮定が異なるため、対象とする農地の立地条件に応じた適用が求められる。本稿では、Fig. 1に従い、野外における土壌理化学性の空間的不均

一性に対する主要なアプローチの特徴と適用性について概説することを目的とする。

2. 本稿における数式中の変数記号及びスケールを表す用語について

本稿では、Fig. 1に記す主要なアプローチの特徴を、数式を援用して解説する。その際、数式中の変数記号の重複を極力避けるため、原著論文とは異なる記号を用いることをお断りしておく。また、スケールを表す用語として、「小スケール（数百 cm³ 以下）」及び「大スケール（数 a または数十 a 以上）」を用いる。

3. 土壌理化学性の空間的不均一性に係るサンプリング要素

一般に、野外土壌における理化学性調査は、複数の地点における土壌の採取もしくは機器による観測を通じて行われる。本稿では、これらをまとめて「サンプリング」と記す。Fig. 2にサンプリングに関わる要素のイメージを示す。以下では、1地点で採取された土壌もしくは機器による観測を「サンプル」、そのスケール（サイズ）を「サンプルスケール」、サンプリングの対象とする領域を「対象領域」、対象領域におけるサンプルの配置を「サンプル配置」と記す。サンプル配置には、不規則な配置（例：ランダムな配置）や規則的な配置（例：格子状の配置）がある。規則的な配置におけるサンプル間の距離を「サンプル間隔」と記す。

4. 対象領域の空間的均一性・不均一性の分類

対象領域における土壌理化学性の空間的均一性・不均一性に関して、Freeze (1975) は、Greenkorn and Kesseler (1969) に従い、4つの分類概念を示した (Freeze, 1975)。

¹Senior member, 5-3-51, Matsushiro, Tsukuba City, Ibaraki 305-0035, Japan. Corresponding author: 原口暢朗

²Graduate School of Agriculture, Hokkaido University, Kita9-Nishi9, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8589, Japan.

³Faculty of Agriculture, Tokyo University of Agriculture and Technology, 3-8-1, Harumi-machi, Fuchu City, Tokyo 183-8538, Japan.

2023年6月29日受稿 2023年10月5日受理

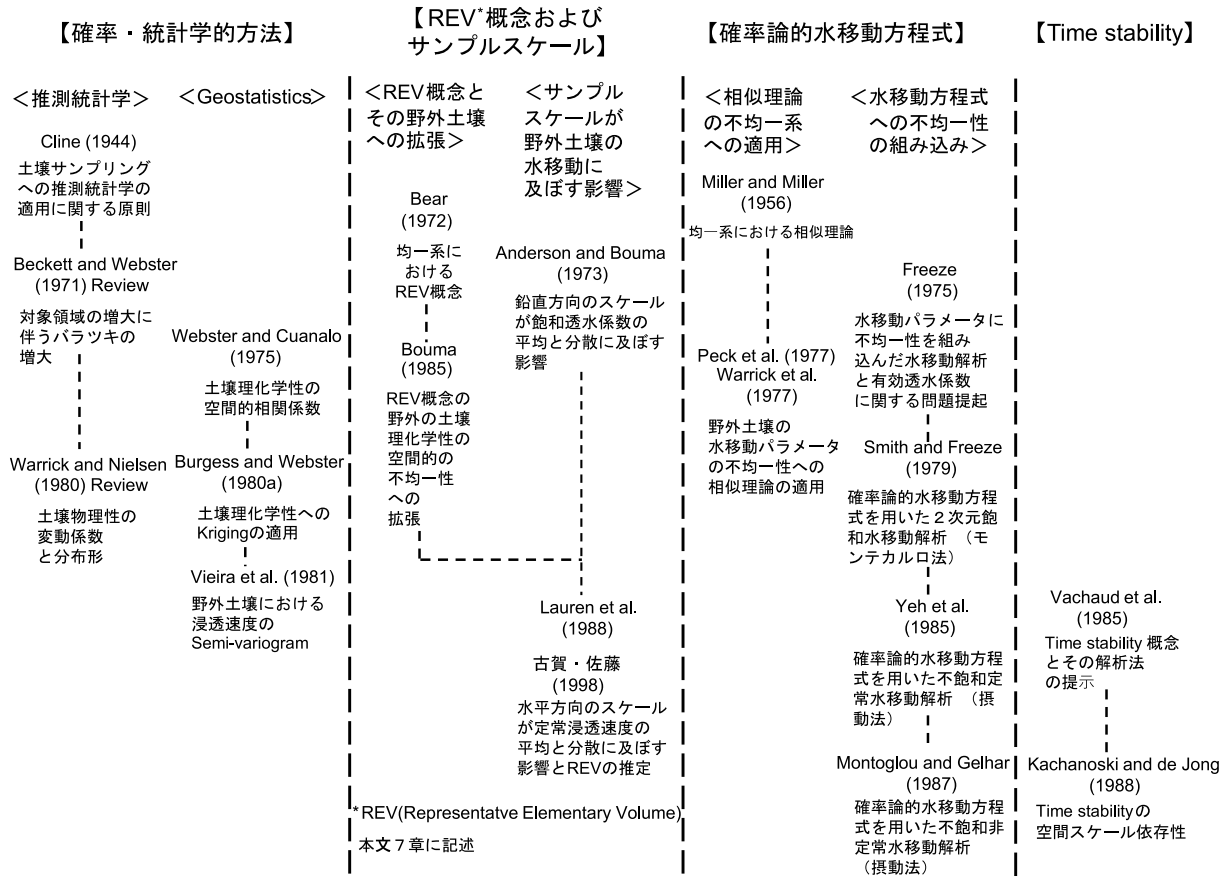


Fig. 1 土壌理化学性の空間的不均一性に関する主要なアプローチ.

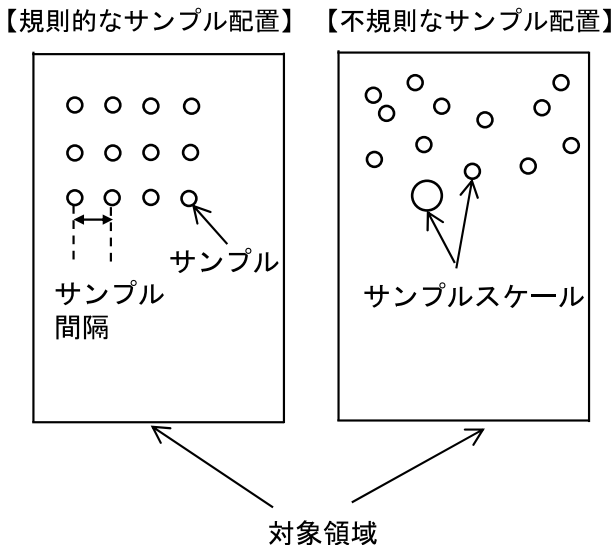


Fig. 2 サンプルとその要素.

それらは「均一な単一土層」, 「各層内の理化学性が均一な複数の土層から成る成層」, 「統計学的に均一*1な単一土層」, 及び「各層内の理化学性が統計学的に均一な複数の土層から成る成層」である.

上述の4分類以外に, 「トレンド*2」という分類概念がある. これは, 対象領域内の理化学性の分布に何らか

の傾向や規則性があり, 場所によって平均が変化する領域の状態を指す. 例えば, 「傾斜した農地では一定方向に標高が高くなる」, 「水田転換畑では通常, 用水路側が湿っており, 排水路側が乾いている」, 「作物の畝立て栽培では, 高い場所(畝部)と低い場所が規則的に(周期的に)配置されている」, などである.

本稿では, 5, 7, 8, 9章において「統計学的に均一な対象領域(単一土層)」を対象とする.

*1 統計学的均一 (statistical homogeneity): 対象領域において, 対象とする土壌理化学性に2次の定常性*3が適用される状況

*2 トренд (trend): 文献によってはドリフト (drift) と記される

*3 2次の定常性 (second order stationarity): 対象領域において, 対象とする土壌理化学性の平均と分散の期待値が場所に依らず一定である状況

5. 確率・統計学的方法

本稿では, 複数の土壌理化学性間関係に対するアプローチ(例えば, Geostatisticsにおけるco-regionalization, co-kriging)を省略する.

5.1 推測統計学

本節と次節において, 大文字ZまたはZ(x)は母集団を表し, 小文字zまたはz(x)は標本を表す. 土壌理化学性Zの空間的不均一性に対する推測統計学的方法は, 対象領域において, あるサンプルスケールで採取さ

Table 1 作土層からのサンプリングに基づく土壤化学性の変動係数（% 表示）と対象領域のスケールとの関係（Beckett and Webster (1971) の Table 5 より作成）。

	Within-field						More than one field
	1 m ²		0.01 ha		One field		
	Range	Median	Range	Median	Range	Median	
av. K*	11-40	30	11-112	35	21-142	70	35-125
av. P**	7-15	30	13-121	40	11-131	45	35-320
Ca			10- 40		20-260	30	—
Mg					15- 71	45	25- 65
Na	10-20		10- 20		—	—	—
N***, OM****					25- 30	—	30- 55

* available K ** available P *** Nitrogen **** Organic Matter

れた n 個の土壤理化学性 z の数値 ($z_1 \sim z_n$) を母集団 Z からの標本とみなし、母集団の分布関数、分布関数の平均、分散及び相対的な変動の大きさ（変動係数）を推定するものである（Cline, 1944）。対象領域は Z の単一母集団とみなされる領域であり、鉛直方向では単一の土層、平面方向では同一の土壤分類単位や一枚の農地などである（Cline, 1944）。

Z の標本平均 \bar{z} 、標本分散 s^2 、標本変動係数 CV は、以下の式で与えられる。

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (1)$$

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{z} - z_i)^2 \quad (2)$$

$$CV = \frac{s}{\bar{z}} \quad (3)$$

Beckett and Webster(1971) は、既往の論文における土壤化学性の変動を総括した。第一に、彼らは、単一の土壤分類単位内に存在する土壤化学性の変動係数が対象領域のスケールの増大に伴い、増大する傾向があることを示した（Table 1）。第二に、彼らは、小スケールにおける変動の要因として、農地における施肥量のバラツキや土壤微生物活動のバラツキなどを、大スケールにおける変動の要因として、気象や土壤母材などを挙げた。第三に、彼らは、各スケールで生じる変動が重ね合わされる結果、“対象領域の増大に伴い、土壤化学性の変動係数が増大する傾向（Table 1）”が生じることを指摘した。

Warrick and Nielsen（1980）は、土壤物理性の変動に関する既往の論文を総括し、土壤物理性を変動係数の大きさや標本分布形によって分類した（Table 2）。彼らは、変動係数が小さい物理性（乾燥密度など）、中程度の物理性（0.1 bar, 15 bar 水分）、大きい物理性（飽和・不飽和透水係数など）の3分類を示すとともに、変動係数が小さい物理性及び中程度の物理性は概ね正規分布に従い、変

動係数が大きい物理性は概ね対数正規分布に従うことを指摘した。

我が国では、農地における土壤物理性の不均一性に関する全国的な調査結果が1971年に公表された（例えば、長堀, 1971）。調査結果に基づく土壤物理性の分布形、変動係数の傾向は、Warrick and Nielsen（1980）の指摘と同様であった。農地土壤のサンプリングについてのシンポジウム（1972）では、“飽和透水係数の分布の非対称性とサンプルスケールによる標本分布の違い”、“土壤物理性の空間的変動を波として捉える”など、後のアプローチに通じる先駆的な議論も行われた。

推測統計学的アプローチは、対象領域における土壤理化学性の平均を一定精度で推定するためのサンプル数の決定に適した手法である。しかしながら、このアプローチでは、土壤理化学性 Z の標本値に位置情報が反映されていないため、 Z の空間的な分布の解析はできない。言い換えれば、対象領域における Z の等値線図（以下、「マップ」）の作成はできない。

5.2 Geostatistics*4

*4 地質統計学，地球統計学とも呼ばれる。

Geostatistics では、対象領域における土壤理化学性 Z を位置 x を属性とする確率変数 $Z(x)$ と定義する。次いで、対象領域内の $Z(x)$ の平均の期待値は位置 x に依らず、どの場所でも等しいと仮定する。

$$E\{Z(x)\} = m \quad (4)$$

(4) 式において、記号 $E\{\}$ は期待値、 m は x に依存しない定数である。

分散に関わる仮定は2通りに分かれる。

第1は、対象領域において $Z(x)$ の分散の期待値は有限であり、位置 x に依らずどの場所でも等しいと仮定する。

$$E\left\{[Z(x) - m]^2\right\} = \sigma^2 \quad (5)$$

(5) 式において、 m は (4) 式で記した $Z(x)$ の平均の

Table 2 野外土壌における主要な土壌物理性の平均、標準偏差、変動係数 (% 表示) の実測値 (Warrick and Nielsen (1980) より作成).

Parameter	Mean	Standard deviation	Coefficient of variation (%)
Low variation			
1. Bulk density (g cm ⁻³)	1.3	0.09	6.9
	1.4	0.095	6.8
2. Water content (%) at zero tension	40/45	4.5/4.8	11/11
	47	4.8	10
Median variation			
3. Sand/silt/clay (%)	53/28/19	15/9.1/6.8	28/32/36
	26/27/47	11/6/8	42/22/17
4. Water content (g g ⁻¹ %) at 0.1 bar	27	5.4	20
	23	9.2	40
Water content (g g ⁻¹ %) at 15 bar	9.5	3.1	33
	7.5	3.8	51
High variation			
5. Saturated hydraulic conductivity (cm hr ⁻¹)	14	26	190
Saturated hydraulic conductivity (cm day ⁻¹)	20	22	110
6. Unsaturated hydraulic conductivity at 90 % saturation (cm day ⁻¹)	0.63	1.75	280
at 60 % saturation (cm day ⁻¹)	0.0026	0.011	420

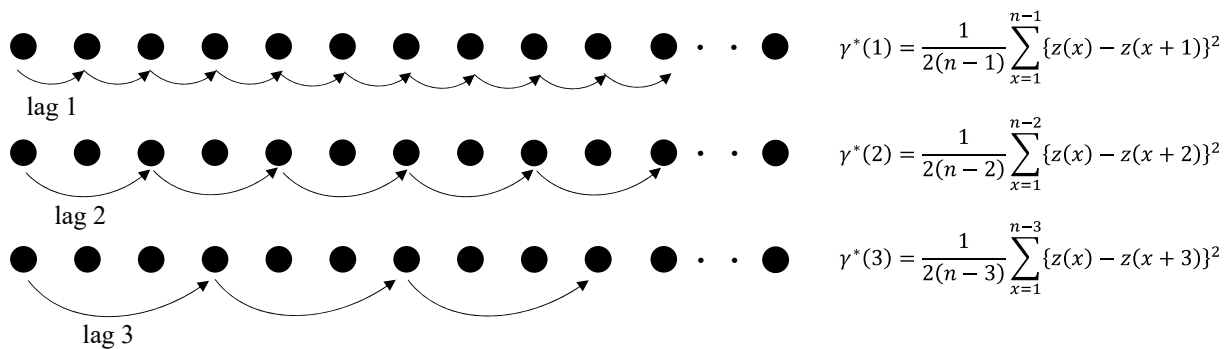


Fig. 3 1次元のセミバリオグラムの推定値 $\gamma^*(h)$ の計算法.

期待値, σ^2 は位置 x に依存しない定数である. (4) 及び (5) 式で表される条件は, 2 次の定常性もしくはエルゴード性と呼ばれる. この条件下で, 距離 h 離れた 2 点における $Z(x)$ と $Z(x+h)$ の自己共分散 $C(h)$, 自己相関関数 $\rho(h)$ 及びセミバリオグラム (semi-variogram) $\gamma(h)$ が存在し, 以下の式で表される.

$$C(h) = E \{Z(x+h)Z(x)\} - m^2 \tag{6}$$

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{\sigma^2} \tag{7}$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 - C(h) \tag{8}$$

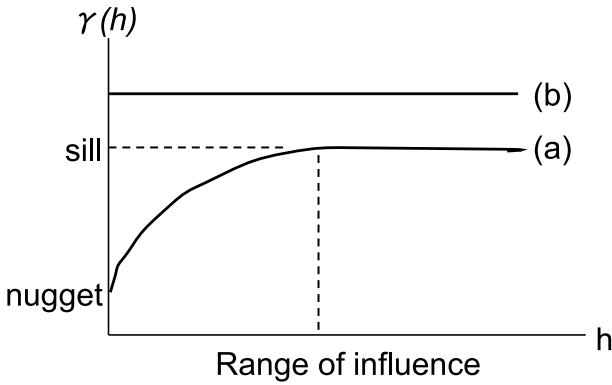
第 2 は, 対象領域において $Z(x)$ と $Z(x+h)$ の差の

2 乗の期待値が h のみの関数で表されると仮定する. この仮定は “intrinsic hypothesis” と呼ばれ (Journal and Huijbregt, 1978), (9) 式で表されるセミバリオグラム $\gamma(h)$ のみが存在する.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \left[\{Z(x+h) - Z(x)\}^2 \right] \tag{9}$$

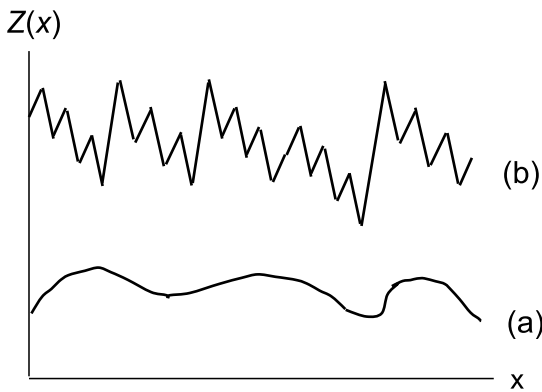
1 次元上に等間隔で配置された n 個のサンプルから得られた z の値とサンプル間隔の倍数 \hat{h} (lag という) を用いて, 1 次元の $\gamma(\hat{h})$ の推定値 $\gamma^*(\hat{h})$ は, 以下の式により計算される (Fig. 3) (Webster, 1985).

$$\gamma^*(\hat{h}) = \frac{1}{2(n-\hat{h})} \sum_{x=1}^{n-\hat{h}} \{z(x+\hat{h}) - z(x)\}^2 \tag{10}$$



(a)滑らかに増加するセミバリオグラム
(b)横軸に平行なセミバリオグラム

Fig. 4 代表的な一次元のセミバリオグラム $\gamma(h)$.



(a) $Z(x)$ が滑らかに変動 (Fig.4(a) の $\gamma(h)$ に対応)
(b) $Z(x)$ が短い周期で大きく変動 (Fig.4(b) の $\gamma(h)$ に対応)

Fig. 5 Fig4 (a) 及び (b) に示す $\gamma(h)$ に対応する測線上の $Z(x)$ の分布形状.

$|h|$ が小さいほど、すなわち位置 x に近い地点ほど $Z(x)$ に近い値が観測されるとき(すなわち、両者の値が似通っているとき)、代表的な一次元の $\gamma(h)$ のグラフは Fig. 4 (a) のような形状になる (Journal and Huijbregt, 1978). Fig. 4 (a) において、増大傾向が頭打ちになる $\gamma(h)$ の値は sill, その時の h の値は range of influence, $h=0$ における $\gamma(h)$ の値は nugget effect と呼ばれる (Journal and Huijbregt, 1978). このような $\gamma(h)$ の形は, Fig. 5 (a) のように測線に沿った $Z(x)$ の分布が滑らかである場合に相当する. 一方, Fig. 5 (b) のように測線に沿った $Z(x)$ の分布が短い間隔で大きく変動する場合, $\gamma(h)$ は Fig. 4 (b) のように横軸にほぼ平行なグラフとなる. このような $\gamma(h)$ は pure nugget effect と呼ばれる (Journal and Huijbregt, 1978). 原口 (1990) は, 耕耘及び代かき

作業後の乾燥密度, 含水比及び体積含水率の $\gamma(h)$ は pure nugget effect となることを例示し, 短い周期で不連続な測線上の分布が pure nugget effect を示した要因であると考察した.

また, 有限なサンプルスケール v を持つサンプルが一次元で等間隔に配置されたときのセミバリオグラム $\gamma_v(h)$ は,

$$\gamma_v(h) = \frac{1}{2} E \{ Z_v(x) - Z_v(x+h) \}^2 \quad (11)$$

(11) 式において, $Z_v(x)$ はサンプルスケール v の重心 x におけるサンプルスケール v 内の $Z(x)$ の算術平均である. (11) 式を変形していくと, (12) 式のようなになる (Journal and Huijbregt, 1978).

$$\gamma_v(h) = \bar{\gamma}(v, v_h) - \bar{\gamma}(v, v) \quad (12)$$

(12) 式において, $\bar{\gamma}(v, v_h)$ は x を重心に持つ v と $x+h$ を重心に持つ v 内のあらゆる点の組合せにおけるセミバリオグラムの平均, $\bar{\gamma}(v, v)$ は x を重心に持つ v 内のあらゆる点の組合せにおけるセミバリオグラムの平均である. (12) 式において, $h \gg v$ のとき, 右辺第 1 項は x と $x+h$ の 2 点間のセミバリオグラムに漸近するので, (12) 式は近似的に (13) 式で表される.

$$\gamma_v(h) \cong \gamma(h) - \bar{\gamma}(v, v) \quad (13)$$

(13) 式は, 有限なサンプルスケール v におけるセミバリオグラムの sill 値は, $Z(x)$ が v 内で平均化されるため, 2 点間のセミバリオグラムの sill 値より小さくなることを表している.

次に, p 個の既測定値 $Z(x_i)$ ($i=1 \sim p$) による未測定点 q における $Z^*(q)$ の線形推定式は以下のように表される (Fig. 6).

$$z^*(q) = \sum_{i=1}^p \tau_i Z(x_i) \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^p \tau_i = 1 \quad (15)$$

(14) 及び (15) 式において, τ_i は既測定値 $Z(x_i)$ の重みである. 重み τ_i を決定するために, $Z^*(q)$ の推定誤差が最小となる条件を導入する.

$$E \left[\{ Z(q) - Z^*(q) \}^2 \right] \rightarrow \text{minimum} \quad (16)$$

(16) 式は, Lagrange の未定乗数法を用いて解くことができ, (14) 及び (15) 式の重み τ_i を求めることができる. τ_i が求まると, (14) 式により推定値, (16) 式により推定誤差 (推定分散) を求めることができる. このように, 未測定点の値を誤差付きで推定できることが, 他の内挿法 (例えば, Thiessen 法) に無い Geostatistics の特

徴である。なお、推定値と推定誤差は Fig. 6 の既測定点の配置やセミバリオグラムの関数形に依存する (Burgess and Webster, 1980a), (10) 及び (14) 式。

(14) から (16) 式による推定方法は、punctual kriging と呼ばれる (Journal and Huijbregt, 1978)。この方法を対象領域内の多数の未測定点で繰り返し適用することにより、 $Z(x)$ のマップを得ることができる。

また、punctual kriging の手法を、対象領域内の部分領域における平均値の推定に応用することができる。Fig. 6 のように、 r 個の既測定値 $Z(x_i)$ ($i = 1 \sim r$) の重み λ_i による線形式を用いた部分領域 B の平均値の推定を考える。

$$Z^*(B) = \sum_{i=1}^r \tau_i Z(x_i) \quad (17)$$

$$\sum \tau_i = 1 \quad (18)$$

punctual kriging と同様に、 $Z(B)$ の推定誤差が最小となる条件は、

$$E \left[\{Z(B) - Z^*(B)\}^2 \right] \rightarrow \text{minimum} \quad (19)$$

punctual kriging と同様に、Lagrange の未定乗数法を用いて、(18) 式の重み τ_i を求めることができる。 τ_i が求まると、(17) 式により部分領域 B の平均値の推定値、(19) 式により推定誤差 (推定分散) を求めることができる。ここでも推定値と推定誤差は Fig. 6 の既測定点の配置やセミバリオグラムの関数形に依存する (Webster, 1985), (88) 及び (92) 式。この手法は、block kriging と呼ばれ、点の測定値から面 (もしくは立体) の平均値を推定するスケールアップの一手法である。

なお、トレンドのある対象領域に対しては、トレンドのある関数式で近似し、測定値との残差が (4) 及び (5) 式を満足するとき、Geostatistics を適用して解析する手

法が提案されている (Journal and Huijbregt, 1978)。

ここで注意すべき点として、kriging 手法 ((14) ~ (19) 式) が適用できる土壌理化学性は Fig. 7 に示すような空間的な加法性を有する性質に限られることである (Journal and Huijbregt, 1978)。単位体積当たりの物質質量、例えば、体積含水率や化学物質の体積ベースの含有量 (カリウムなどの肥料成分の含有量など)、土層の厚さ、ピエゾメータによる地下水位などはこの条件に当てはまる。一方、土壌の単位質量当たりの物質質量 (含水比、前述の肥料成分の土壌の単位質量当たりの含有量) は、厳密にはこの条件に当てはまらない。また、示強変数である pH 及び水移動方程式のパラメータである飽和透水係数、不飽和透水係数もこの条件に当てはまらない。

1970 年代から 1980 年代にかけて、野外における土壌理化学性の空間的不均一性に Geostatistics を適用した論文が相次いで公表された。土壌調査分類学分野において、Webster and Cuanalo (1975) は、土壌分類単位の境界を見出すために、3.2 km の測線上に 10 m 間隔で採取した土壌理化学性 (粘土・シルト含量, pH, 炭酸カルシウム含量, 土色など) の空間系列の自己相関関数を計算した。その結果、自己相関関数は距離の増大に伴って減少し、距離約 230 m で横ばいとなる傾向を示した。彼らは、測線上の地質が概ね 230 m 間隔で変化していることを考慮し、lag23 (= 230 m) を range of influence と結論付けた。

Burgess and Webster (1980a) は、15.2 m 間隔の格子で採取されたナトリウム含有量とレキ含有量に対して、異方性のない 4 方向のセミバリオグラムを単一のセミバリオグラムに統合し、これを用いて punctual kriging を行い、マップを作成した。誤差のマップは統合したセミバリオグラムの大きな nugget effect を反映して、場所ごとの値が不連続に変動するものとなった。Burgess and Webster (1980b) は、上記と同じデータに block kriging を適用し、punctual kriging よりスムーズな誤差のマップが得られることを示した。

土壌物理学分野において、Gajem et al. (1981) は、9 つの測線を使って、0.2 m, 2 m, 20 m 間隔で各々 100 個の土壌を採取し、土壌物理性 (0.1 及び 15 bar 土壌水分, 有効水分量, 乾燥密度など 9 種類) の空間的相関を解析した。その結果、彼らはサンプリング間隔に応じて、nugget と sill の異なるセミバリオグラムが得られることを示した。この結果について、Webster (1985) は、対象領域の増大に伴うバラツキの増大により、セミバリオグラムは対象領域のスケールに依存することを示した、と述べている。

Vieira et al. (1981) は、均一と考えられる 88 a の対象領域内において、8 測線上に 160 地点、合計 1,280 地点で鉛直一次元方向の湛水定常浸透速度を測定し、得られたデータから双曲線で近似されるセミバリオグラムを得た。彼は、このセミバリオグラムと punctual kriging から得られたマップを 9 次の多項式によるマップと比較

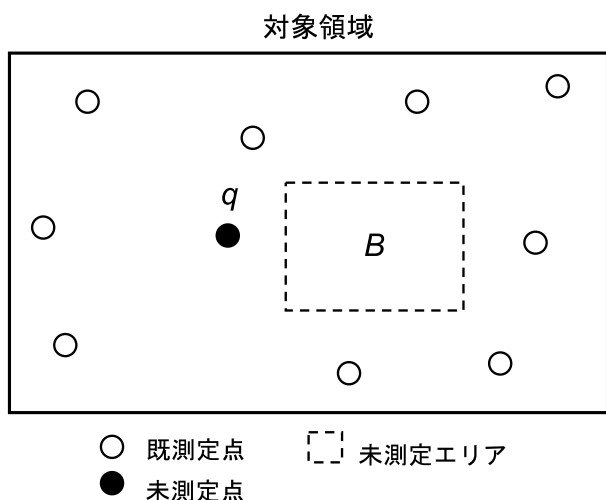


Fig. 6 既測定点の観測値から未測定点及び未測定エリアの推定に係る概念図。

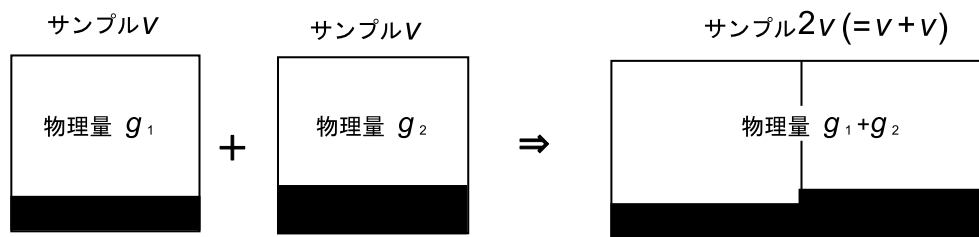


Fig. 7 空間的な加法性を有する物理量 g の模式図.

し、前者が後者よりスムーズなマップが得られることを明らかにした。

Geostatistics は、先述した空間的な加法性を有する土壌理化学性に対して、punctual kriging に基づき、対象領域におけるマップを作成するのに有効である。また、block kriging を用いて、対象領域内の部分領域における平均・分散の推定、すなわちスケールアップが可能である (Fig. 6)。

6. 透水係数の平均のサンプルスケール依存性と確率・統計学的方法によるスケールアップの限界

6.1 実験事実

徳永・深山 (1971) は、長さ 1 m、幅及び深さが 5 cm のフリュームを用いて、水田の作土層及び耕盤層から不攪乱土壌を採取し、これを長さ方向に 1 cm 毎にスライスして、各々の乾燥密度と含水比を測定した。これらの測定値を用いて、連続する N 個 ($=N$ cm) のスライスから成る直方体 (5 cm \cdot 5 cm \cdot N cm) の乾燥密度と含水比の平均と変動係数 (CV) を算出した。その結果、乾燥密度の平均はサンプルスケール N に依らずほぼ一定であり、CV は $N = 1$ cm (25 cm³) から $N = 5$ cm (125 cm³) まで大きく減少した。含水比の平均もサンプルスケール N によらずほぼ一定であり、CV は $N = 1$ cm 以降緩慢に減少した。これらの結果から、彼らは通常用いられる 100 cm³ コアサンプルは、水田の作土層及び耕盤層の乾燥密度と含水比の平均とバラツキの把握に適正なサンプルスケールであると結論づけた。

Anderson and Bouma (1973) は、亀裂のある野外土層において、内径 7.5 cm、深さ 5、7.5、10 及び 17 cm の 4 種類の円筒サンプルを用いて不攪乱土壌の飽和透水係数 (K_s) を室内で測定し、現場透水試験で得られた K_s と比較することにより、この土層の K_s の平均を適切に評価するサンプル長を検討するとともに、サンプル長が K_s のバラツキに与える影響を検討した。その結果、サンプル長の増大に伴って K_s の平均は顕著に減少し、サンプル長 17 cm の K_s の平均が現場透水試験で得られた K_s とほぼ一致することを示した。また、サンプル長の増大に伴って K_s の分散は顕著に減少した。彼らは、サンプル

長が大きいほど亀裂の幅が狭まる確率が高くなるため、 K_s の平均が減少傾向を示したと考察した。

長田 (1971) は、内径 3.1、4.7、7.4 cm、高さ 5 cm の 3 種類の円筒サンプルを用いて、砂質土水田と畑の作土層から不攪乱試料を採取して、飽和透水係数を測定し、内径の違いによる飽和透水係数の平均の差の有無に対して t 検定を行った。その結果、15 例中 8 例で内径の違いにより、飽和透水係数の平均に有意差があったと述べている。

これらの結果より、野外土壌における乾燥密度や含水比の平均はサンプルスケールに依存しないが、飽和透水係数の平均は断面積及び深さ方向のサンプルスケールに依存する場合のあることが実験事実として示された。

6.2 透水係数のスケールアップに対する確率・統計学的方法の限界

水移動に対する決定論的アプローチでは、対象領域の土壌を均一系とみなして、水移動方程式中のパラメータである飽和・不飽和透水係数に単一の数値または関数を与える。一方、Table 2 に示されるように、野外土壌では小スケールのサンプルで得られた飽和・不飽和透水係数は大きくばらつき、前節で述べたように、これらの平均はサンプルスケールに依存するという実験事実があり、飽和・不飽和透水係数に単一の数値または関数を与えることは容易ではない。仮に、対象領域と等しいスケールで測定された透水係数が存在すれば、それは対象領域を代表する単一の透水係数とみなすことができる。そこで、小スケールのサンプルで得られる透水係数から大スケールの対象領域を代表する単一の透水係数を推定できるか、すなわち透水係数のスケールアップが可能か、という問題設定ができる。

この問題に関して、推測統計学で扱われる確率変数は、平均がサンプルスケールに依存する透水係数に対して、サンプルスケール毎に異なる母集団を設定せざるを得ない。加えて、母集団間の確率・統計学的性質 (例えば平均、分散) を関係づける理論を持たない。従って、小スケールで得られた透水係数から大スケールの透水係数を推定することはできない。また、Geostatistics では、kriging を使って空間的な加法性を有する乾燥密度や体積含水率などのスケールアップは可能だが、空間的な加法性を有さない透水係数のスケールアップはできない。

- サンプルスケールを大きくすることにより、対象領域における水移動を記述する単一のパラメータを求めようとする手法

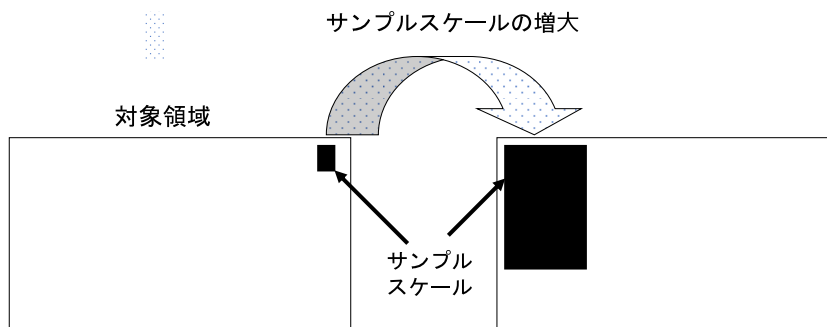


Fig. 8 REV 概念によるアプローチの模式図.

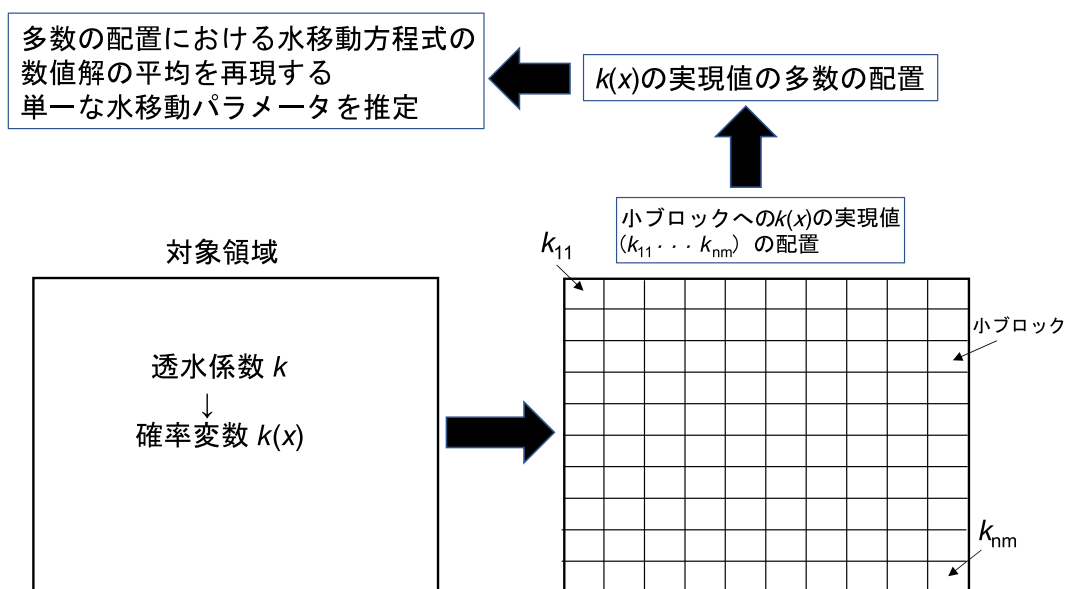


Fig. 9 確率論的水移動方程式によるアプローチの模式図.

このように、透水係数のスケールアップに対して、確率・統計学的方法には限界がある。これに代わるアプローチとして、「代表的体積要素 (Representative Elementary Volume, 以下「REV」) 概念」(Fig. 8)、「確率論的水移動方程式 (Stochastic waterflow equation)」(Fig. 9)がある。

7. REV 概念

7.1 均一系における REV

土壌中の水移動を偏微分方程式で記述するためには、土壌を連続体とみなす必要がある (岩田, 1994)。土壌は多孔質体であり、ミクロに見れば固相と間隙の 2 相に分かれ、水移動に寄与する間隙は有限な大きさであり、数学的な意味での無限小ではない。加えて、間隙は複雑なネットワークを形成しており、そこでの水移動を数学的に記述することは困難である。そこで、均一な多孔質において、複雑な間隙ネットワークにおける平均的な水移

動を記述する体積 (Representative Elementary Volume; REV) を仮定することにより、土を連続体とみなして移動現象を偏微分方程式で記述する考え方が提案された (Bear, 1972)。

Bear (1979) は、間隙率を例にとって均一な多孔質体における REV を論じた。Fig. 10 は、サンプルスケールを大きくしていくと、サンプル内部に含まれる間隙率のミクロなバラツキが平均化され、サンプル間の変動が減少して、あるサンプルスケール (U_{\min}) で一定値に収束することを示している。さらにサンプルスケールを大きくしていくと、あるサンプルスケール (U_{\max}) で再びサンプル間の変動が増大する場合がある。Bear (1979) は、Fig. 10 において、 $U_{\min} < U_0 < U_{\max}$ なる U_0 を REV と定義した。

Baveye and Sposito (1984) は、Fig. 10 に示されるような REV の存在を証明するデータが無いと批判した。この批判に対して Brown and Hsieh (2000) は、白雲岩

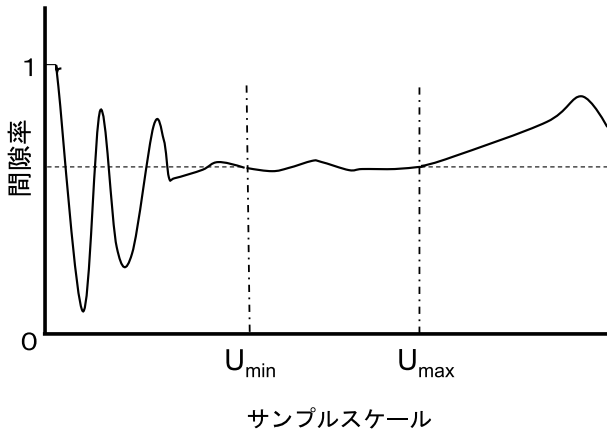


Fig. 10 REV の定義に係る模式図 (Bear (1979) に基づき作図).

の $1,650 \text{ cm}^3$ のサンプルを対象として、 ^{137}Cs ガンマ線による CT スキャンを用いて最小体積 $1.4 \times 10^{-7} \text{ cm}^3$ の画像を取得し、隣り合う画像を順次組み合わせて、体積の増加に伴う固相率の変動を検討した。その結果、体積の増加に伴って固相率が一定値に収束することを示し、REV の実在を例証した。

7.2 野外土壌への REV 概念の拡張

土壌調査分類学者の Bouma は、野外土壌における飽和透水係数の測定値間の変動を小さくするためのサンプルスケールに着目した (Bouma, 1985)。彼は土壌調査分類学における土壌構造の単位 (ped) を用いて、土壌タイプごとの仮の REV を提示し (Table 3)、実測に基づく REV の決定の必要性を論じた。このように、REV 概念は、空間的に不均一な野外土壌に拡張された。

Lauren et al. (1988) は、マクロポアを含む野外土壌の 37 地点において、縦 75 cm、横 160 cm、深さ 20 cm の土壌コラム (以下、「コラム A」と記す) を作成して、湛水定常浸透速度を測定した。その後、このコラムの内部に順次小さいコラム (縦 75 cm × 横 120 cm × 深さ 20 cm、縦 50 cm × 横 50 cm × 深さ 20 cm、直径 20 cm × 深さ 20 cm、直径 7 cm × 深さ 6 cm の 4 段階 (順に「コラム B」、「コラム C」、「コラム D」、「コラム E」) を設けて、各コラムで湛水定常浸透速度を測定することにより、この土壌の湛水定常浸透速度を適切に評価しうる REV を

Table 3 土性ごとの土壌構造の特徴と仮の REV との関係 (Bouma (1985) の Table 1 より作成)。

Texture	Structure	Hypothetical REV (cm ³)
sandy	no peds	10 ²
loamy	small peds	10 ³
clayey	medium peds	10 ⁴
	continuous macropores	
clayey	large peds	10 ⁵
	continuous macropores	

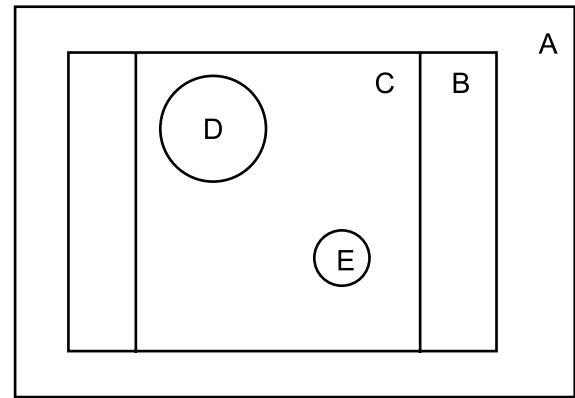


Fig. 11 サンプルスケールの異なる 5 種類のコラム (Lauren et al. (1988) に基づき作図)。

検討した (Fig. 11)。その結果、「コラム B」と「コラム C」の平均、分散に比べて「コラム D」と「コラム E」の平均、分散が有意に大きく、「コラム A」の平均はそれらの中間であった (Table 4)。彼らは、「コラム A」では測定に不備があり、「コラム D」と「コラム E」ではマクロポアの存在密度を十分に反映しなかったと考察し、「コラム B」より小さい「コラム C」を湛水定常浸透速度の REV と結論付けた。

古賀・佐藤 (1998) は、18 a の休耕田内の盛土部、切土部、中間部において、縦横各 180 cm、深さ 45 cm の土壌ブロックの四方を鉄板で仕切り、内部に給水して、湛水による現場透水係数を測定した。その後、ブロックを順次 2 分割 (縦 90 cm、横 180 cm)、4 分割 (縦 90 cm、横 90 cm)、8 分割 (縦 45 cm、横 90 cm)、16 分割 (縦 45 cm、横 45 cm) し、各分割区において上述の方法で現場透水係数を測定し、各ブロックの面積による現場透水係数の平均と変動の変化を調べた。その結果、ブロックの面積の減少に伴い、現場透水係数が減少する傾向を示すとともに変動係数が増加した。この傾向は、粗間隙の発達した盛土部で顕著であった。4 分割と 8 分割の平均は、盛土部を除き、分割前のブロックの約 1/2、それらの変動係数は、切土部を除き、2 分割の約 1.2 倍から 2 倍であった。これらの結果を総合して、彼らは 4 分割

Table 4 Fig. 11 に示すコラム A、コラム B、コラム C、コラム D 及びコラム E における湛水定常浸透速度の平均、モード、メディアン、標準偏差及び変動係数 (Lauren et al. (1988) に基づき作成)。

Size	Mean	Mode	Median	SD	CV %	No. of samples
A	21.3	10.3	16.6	16.9	79	37
B	13.7	6.4	10.7	11.0	81	36
C	14.4	6.3	10.9	12.5	96	37
D	36.6	6.3	20.3	54.9	150	37
E	34.5	4.8	16.3	64.0	186	35

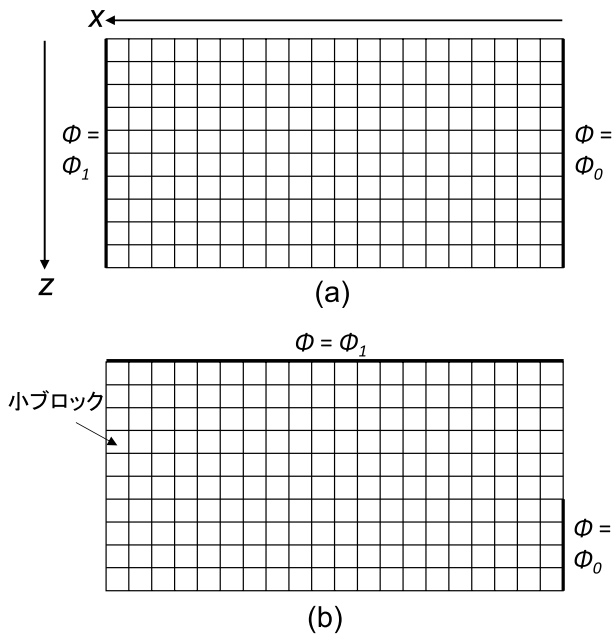


Fig. 12 異なる飽和透水係数が割り当てられた二次元的な小ブロックの配置と2通りの圧力境界の模式図。(a) 動水勾配が1方向のケース、(b) 動水勾配が1方向でないケース (Smith and Freeze (1979) に基づき作図)。

(縦 90 cm, 横 90 cm) 及び 8 分割 (縦 45 cm, 横 90 cm) が, 調査圃場において現場透水試験に適したサンプルスケール, すなわち REV であると述べた。

以上のように, 透水係数のスケールアップに対して, REV 概念はサンプルスケールを大きくする, という方法論である。対象領域に関する適用条件は文献に記されていないが, サンプルスケールを大きくすると透水係数が一定値に近づくという考え方から, 統計学的に均一な対象領域への適用を想定していると思われる。この方法論の特徴に関して, 宮崎 (2000) は, REV は 3 つの基準 (複数サンプル間の標準偏差が小さくなるサンプルスケール, サンプルが対象領域の構造を代表するサンプルスケール, 測定が極度に困難にならないサンプルスケール) によって経験的に決められることが多いことを指摘し, 対象領域の様々な条件 (例えば, 亀裂や暗渠のある圃場の透水性) における REV の目安を論じた。

8. 確率論的水移動方程式

8.1 水移動パラメータの空間的不均一性の水移動方程式への組み込み

地下水学分野の研究者 Freeze (1975) は, 空間的に不均一な野外土壌において, 単一の飽和透水係数で記述される決定論的な水移動解析が適用される系は存在しないことを指摘した。彼は, 統計学的に均一な対象領域内の飽和透水係数を位置 \mathbf{x} を属性とし, 確率分布と空間的相関関数が与えられた確率変数 $K_s(\mathbf{x})$ とみなした。次いで, 対象領域を小ブロックに分割し, 各小ブロックに $K_s(\mathbf{x})$

の標本値を割り当てることにより, 空間的に不均一な $K_s(\mathbf{x})$ の配置を表現し, このような配置が多数存在するとみなした (Fig. 9)。

彼は $K_s(\mathbf{x})$ の多数の配置に対応した水移動方程式の数値解として得られる各地点の圧力水頭及び水フラックスの平均を再現する単一の飽和透水係数 (以下, 「有効飽和透水係数」と記す) を持つ等価な多孔質体が存在するか否か, 存在するならば有効飽和透水係数は各小ブロックに割り当てられた $K_s(\mathbf{x})$ の値のどのような関数で表されるか, という問題を提起した。

8.2 有効飽和・不飽和透水係数に関する解析的研究

Smith and Freeze (1979) は, モンテカルロ法を用いて, 確率論的水移動方程式の手法を断面 2 次元における飽和水移動に適用した。彼らは, 境界条件の異なる 2 通りの対象領域を設定し, これを縦 10・横 20 の等サイズの小ブロックに分割した (Fig. 12)。次いで, 各小ブロックに対して, 確率分布と空間的相関関数を与えた $K_s(\mathbf{x})$ の 300 通りの配置を与え, 各配置における断面 2 次元の飽和水移動方程式を数値的に解くことにより, 各地点の圧力水頭と動水勾配の平均と分散の空間的な分布を求めた。次いで彼らは, Gutjahr et al. (1978) 及び Dagan (1979) により提案された $K_s(\mathbf{x})$ の実現値の幾何平均が, Fig. 12 に記述される 2 つの系の有効飽和透水係数となりうるかを検討した。その結果, 彼らは, 動水勾配が 1 方向の場合 (Fig. 12 (a)), 小ブロックの飽和透水係数の幾何平均で表される単一の飽和透水係数を与えた圧力水頭及び水フラックスの解が, 300 通りの飽和透水係数の配置における圧力水頭及び水フラックスの平均と一致すること, すなわち, 小ブロックの飽和透水係数の幾何平均が, 有効飽和透水係数であることを指摘した。一方, 動水勾配が 1 方向でない場合 (Fig. 12 (b)), 小ブロックの飽和透水係数の幾何平均で表される単一の飽和透水係数を与えた水フラックスの解は, 300 通りの配置の平均水フラックスを 10~20% 過小評価した。これらのことから, 彼らは, $K_s(\mathbf{x})$ の実現値の幾何平均で表される有効飽和透水係数が存在するか否かは, 対象領域における境界条件に依存すると述べた。

Yeh et al. (1985) は, 確率論的水移動方程式の手法を鉛直一次元の定常不飽和水移動 ((20) 式) に適用した。彼らは, (21) 式で表される不飽和透水係数を仮定した。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ K \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - 1 \right) \right\} = 0 \quad (20)$$

$$K(\phi, \mathbf{x}) = K_s(\mathbf{x}) \exp(-c(\mathbf{x})\phi) \quad (21)$$

(21) 式において $K(\phi, \mathbf{x})$ は不飽和透水係数, $K_s(\mathbf{x})$ は飽和透水係数, ϕ は土壌水分圧力, $\mathbf{x} = (x, y, z)$, $c(\mathbf{x})$ はフィッティングパラメータである。

彼らは, $K_s(\mathbf{x})$, $c(\mathbf{x})$ を確率分布と空間的相関関数を与えられた確率変数とみなし, これらと ϕ を平均と微小

な変動の和と仮定して以下の式で表した。

$$\ln K_s = \overline{\ln K_s} + \ln K'_s \quad (22a)$$

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (22b)$$

$$c = \bar{c} + c' \quad (22c)$$

上式で $\overline{\ln K_s}$, $\bar{\phi}$, \bar{c} はそれぞれ $\ln K_s$, ϕ , 及び c の平均, $\ln K'_s$, ϕ' , 及び c' はそれぞれ $\ln K_s$, ϕ , 及び c の微小な変動である。

彼らは, (21), (22a), (22b) 及び (22c) 式に摂動法を適用し, c を定数とした場合の K_s の幾何平均, 分散及び空間的相関距離を変数とした有効不飽和透水係数の関数式を解析的に導いた。

Mantoglou and Gelhar (1987) は, 確率論的水移動方程式の手法を 3 次元の非定常不飽和水移動に適用した。彼らも Yeh et al. (1985) と同様に, (21) 式で表される不飽和透水係数を仮定した。その上で, 彼らは (21) 式中の K_s , c 及び Richards 式における比水分容量の 3 個の水移動パラメータを確率分布と空間的相関関数が与えられた確率変数とみなして, Yeh et al. (1985) と同様に摂動法を適用して, K_s の平均・分散・空間的相関に加え, 平均フラックスの三次元方向の成分を変数とする有効不飽和透水係数の式を解析的に導いた。

Yeh et al. (1985) 及び Mantoglou and Gelhar (1987) は, 確率論的水移動方程式の手法による飽和・不飽和水移動解析のごく一例である。この方法論においては, 不飽和透水係数及び比水分容量の確率分布 (平均, 分散, 分布形) と空間的相関, これらのパラメータ間の結合分布, 不飽和透水係数の異方差性など, 解析の要因を多数変えることができるので, その後も多くの論文が公表されている (例えば, Unlu et al. (1990), Polmann et al. (1991))。Iwata et al. (1995) は, 確率論的水移動方程式の手法には多くの仮定があり, 数学的に複雑であるので, 理論の発展途上であると述べた。

なお, Yeh et al. (1985) 及び Mantoglou and Gelhar (1987) が採用した (22a) 式に基づく摂動法は, K_s の変動係数がごく小さい場合に限定されると考えられる。この点に関する試算を付録に記した。モンテカルロ法ではこのような制約はない。

以上のように, 確率論的水移動方程式によるアプローチは, 統計学的に均一な対象領域において, 透水係数を位置を属性とする確率変数とみなすことにより, 小スケールで得られる透水係数の測定値から対象領域を代表する透水係数を理論的に推定しようとする, スケールアップの一手法である。

8.3 有効不飽和透水係数に関する室内及び野外実験

8.3.1 室内実験

Wildenschild and Jensen (1999a) は, 縦 100 cm, 横

110 cm, 厚さ 8 cm のタンクを, 縦 5 cm, 横 8 cm, 厚さ 8 cm もしくは縦 5 cm, 横 5 cm, 厚さ 8 cm のセルに区切り, 各セルに 5 種類の砂 (飽和透水係数の大きい順に $1.13 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$, $1.07 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$, $6.70 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$, $1.23 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$, $5.64 \times 10^{-5} \text{ cm s}^{-1}$) をモザイク状にランダムに配置し, 統計学的に均一な系を模した実験系 (Fig. 13) を 3 通り作成した。彼らは, 3 通りの配置において, タンクの上部に約 $1.3 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$ から約 $4.3 \times 10^{-7} \text{ cm s}^{-1}$ まで 14 通りのフラックスを与えて鉛直一次元の不飽和定常流を策出し, タンク内に配置した 30 個のテンシオメータによるサクシジョンの平均値とタンク全体の不飽和透水係数 (すなわち, 定常な鉛直不飽和フラックス) との関係, タンク内に配置した 12 個の TDR センサーによる体積含水率の平均値と上述したサクシジョンの平均値との関係を求めた。その結果, 彼らは 3 通りの配置におけるサクシジョンの平均値と不飽和透水係数との関係, 及び体積含水率の平均値とサクシジョンの平均値との関係は, ほぼ同一の曲線で表されることを明らかにし, 統計学的な均一系を模した系における有効不飽和透水係数の存在を示唆した。

次いで, Wildenschild and Jensen (1999b) は, Wildenschild and Jensen (1999a) が実験で得たサクシジョン分布とフラックス分布を 5 通りの有効不飽和透水係数 (各セルに割り当てられた不飽和透水係数の算術平均, 幾何平均及び両者の組合せ, 逆解析, 確率論的な推定式 (Wildenschild and Jensen, 1999b, (2) 式) に基づき推定した。その結果, (i) 算術平均及び幾何平均による有効飽和透水係数はサクシジョン分布の実験結果を精度よく再現したが, フラックス分布を再現することができなかった, (ii) 算術平均と幾何平均の組合せによる有効飽和透水係数はサクシジョン分布とフラックス分布の両方を精度良く再現した, (iii) 逆解析及び確率論的な推定式による有効飽和透水係数はサクシジョン分布とフラックス分布の両方を精度良く再現した。これらの結果に基づき, 彼らは Wildenschild and Jensen (1999a) が実験で用いた系における鉛直一次元の定常不飽和水移動において, 有効不飽和透水係数が存在すると結論した。

8.3.2 野外実験

Nielsen et al. (1973) は, 150 ha の裸地内に 20 の観測地点を設置し, 各地点に設けた 6.5 m 四方のプロットに約 1 週間湛水し, 定常浸潤速度を観測した。その後, 湛水を停止するとともに地表面蒸発を防止して, 約 100 日間にわたり排水させた (以下, 「再分布過程」と記す)。各地点において, 定常浸潤過程から再分布過程に至る一連のポテンシャル分布の変化を 6 点の深さ (30.5, 61, 91.4, 121.9, 152.4, 182.9 cm) に設置したテンシオメータにより観測し, 各深さの土壌サンプルから求めた水分特性曲線を使って体積含水率分布に変換した。次いで, 再分布過程における鉛直方向の動水勾配を 1 と仮定し, 体積含水率の収支から各地点・深さにおける鉛直方向のフラックスを算出した。算出されたフラックスは, 動水

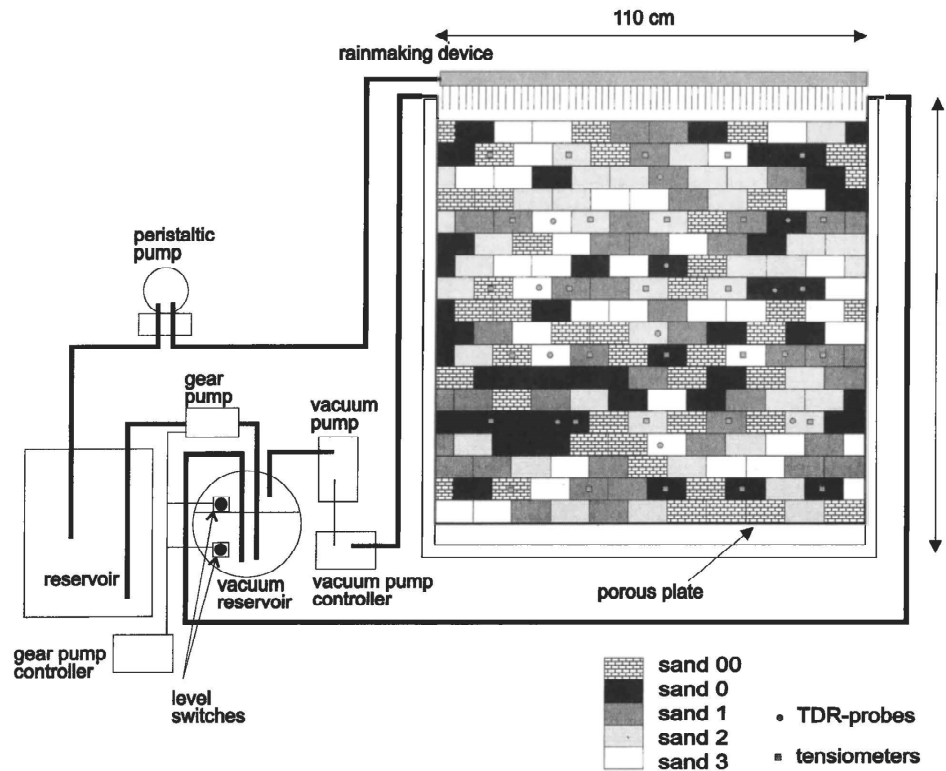


Fig. 13 5種類の砂を2次的に配置した不均一系の室内実験 (Wildenschild and Jensen (1999a) より引用).

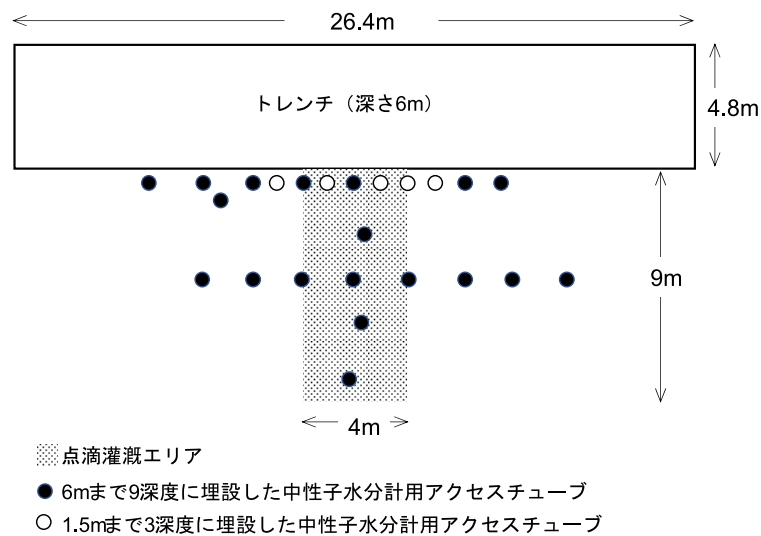


Fig. 14 Las Cruce 試験サイトのトレンチ及び試験エリアの平面図 (Wierenga et al. (1991) より作成).

勾配1の下では不飽和透水係数に等しいことから、各地点・深さにおける不飽和透水係数 $K(\theta)$ を以下の式で表した。

$$K(\theta) = K_0 \exp\{b(\theta - \theta_0)\} \quad (23)$$

(23) 式において、 K_0 は各地点における定常浸透速度、 θ_0 は定常浸透過程での体積含水率、 θ は湛水定常浸潤から再分布に至る過程での体積含水率、 b はフィッティン

グパラメータである。彼らは、 $K(\theta)$ を各地点・深さで算術平均して、150 ha の対象領域を均一とみなした場合の単一の $K(\theta)$ を算出し、これが各地点・深さで平均したフラックスを約20%の相対誤差で予測したと報告した。

Wierenga et al. (1991) は、ニューメキシコ州 Las Cruce の北東約40 km に位置する裸地に、縦26.4 m × 横4.8 m × 深さ6 m の巨大なトレンチを掘った (Fig. 14)。深さ6 m までの現地の土壌は、目視で9個の土層に分割された。彼らは各土層で50個の不攪乱試料、合計450個

の不攪乱試料を採取し、飽和透水係数 K_s 及び体積含水率 θ と土壌水分圧力 ϕ との関係を実験的に測定し、得られたデータを van Genuchten (1980) によって提案された (24) 及び (25) 式に当てはめ、9 個の土層を単一の土層と見なした場合の (24) 及び (25) 式のパラメータを推定した。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{\left[1 + (\beta\phi)^\delta\right]^\varepsilon}, \quad (24)$$

$$\varepsilon = 1 - 1/\delta x$$

$$K = K_s S_e^{0.5} \left\{1 - \left(1 - S_e^{1/\varepsilon}\right)^\varepsilon\right\}^2 \quad (25)$$

(24) 式及び (25) 式において、 S_e は有効飽和度、 θ_r は残留体積含水率、 θ_s は飽和体積含水率、 ϕ は土壌水分圧力、 β 及び δ はフィッティングパラメータである。

これらの準備の下に、彼らはトレンチの 1 辺に沿った $4 \text{ m} \times 9 \text{ m}$ の試験エリアを設け (Fig. 14), そこに平均 1.82 cm day^{-1} で 86 日間点滴灌漑した時の体積含水率の変化を中性子水分計によって観測した。次いで、彼らは (24) 及び (25) 式を用いた鉛直一次元の不飽和水移動方程式 ((26) 式) による体積含水率の予測値と体積含水率の観測値とを比較し、両者が良く一致したと報告した。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K - D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad D = K \frac{\partial \theta}{\partial h} \quad (26)$$

Hills et al. (1991) は、Wierenga et al. (1991) と同じサイトにおいて、 $1.2 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ の灌漑エリアを設けた (Hills et al. (1991), Fig. 1)。彼らは、このエリアにおいて平均 0.43 cm day^{-1} で 75.5 日間点滴灌漑した時の体積含水率の変化を中性子水分計によって観測した。次いで、彼らは Wierenga et al. (1991) と同様に、深さ 6 m までの 9 個の土層を単一の土層と見なした水移動パラメータを用いて、鉛直方向 z と水平方向 x の二次元不飽和水移動方程式 ((27) 式) による体積含水率の予測値と体積含水率の観測値とを比較し、両者が比較的良く一致したと報告した。

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K - D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (27)$$

Nielsen et al. (1973), Wierenga et al. (1991) 及び Hills et al. (1991) の取り組みは、確率論的水移動方程式の点から見ると、確率変数である水移動パラメータの一つの実現値に基づいて水移動パラメータの平均値を求め、対象領域における水移動を決定論的に予測したことに相当する。

一方、Las Cruse サイトにおける大掛かりな実験の

当初の目的は、野外のデータを用いた確率論的水移動方程式の検証、決定論的アプローチとの比較であった (Wierenga et al., 1991)。Wierenga et al. (1991) 及び Hills et al. (1991) 以降でも、Las Cruse サイトでの観測結果に関する複数の論文が公表されているが (例えば、Vinson et al., 1997), 筆者らの知る限り、確率論的水移動方程式が野外で検証されたという報告は見当たらない。

8.4 確率論的水移動方程式に基づく透水係数のスケールアップに対する疑問

確率論的水移動方程式に基づくスケールアップは、統計学的に均一な対象領域における小ブロックの飽和・不飽和透水係数の確率論的な性質から対象領域を代表する単一の透水係数 (有効飽和・不飽和透水係数) を推定することに相当する。8.2 で紹介したように、Freeze (1975) を嚆矢として、この方法論に関する数多くの論文が公表されている。

しかしながら、6.1 に記したように、現実には透水係数の平均がサンプルスケールに依存するという実験事実がある。このことは、確率論的水移動方程式の解析に用いられる小ブロックのスケールによって飽和・不飽和透水係数の平均が異なること、すなわち、飽和・不飽和透水係数の確率論的な性質が小ブロックのスケールに依存して一意的に定まらない、という状況が生じる。8.3.1 で紹介した室内実験は、小ブロックのスケールを固定した条件下で有効不飽和透水係数を検討したものであり、透水係数の平均がサンプルスケールに依存する実験事実を模したとは言えない。

加えて、確率論的水移動方程式に基づくスケールアップ手法に疑問を投げかける報告が存在する。荻野・村島 (1985a) は、水田転換畑における暗渠設計理論を確立するため、計画降雨量において湛水を許容しない畑状態 (Fig. 15) を仮定し、計画暗渠排水量 U 、作土の透水係数 k 、作土の厚さ H を用いて理論的な暗渠間隔 L を導いた。

$$L = 2H \left(\frac{k}{U} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

(28) 式は、Hooghoudt の式として知られる (Hooghoudt, 1940)。

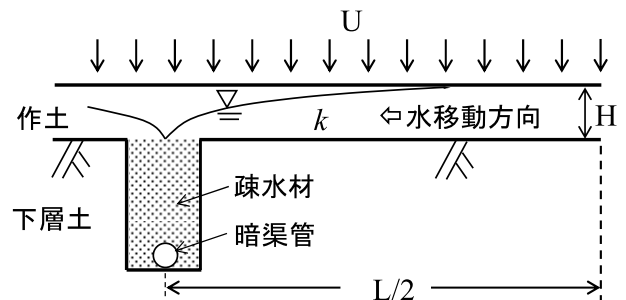


Fig. 15 暗渠を有する水田転換畑で湛水を許容しない条件の模式図。

計画暗渠排水量 U を与件とすると、作土の透水係数 k が求めれば、(28) 式により暗渠間隔 L を設計することができる。荻野・村島 (1985b) 及び村島・荻野 (1985) は、暗渠が施工済の複数の水田転換畑において、 k を 2 通りの方法で推定した。第一の方法は、満水非湛水状態からの暗渠排水の時間変化を測定し、計画暗渠排水量 U はピーク排水量で近似されるとして、(28) 式から透水係数 (「 k_1 」と記す) を推定した。第二の方法は、水田転換畑内の数か所において、オーガーホール法 (内径 10 cm, 深さ 50 cm) により透水係数を測定してその平均を求めた (「 k_2 」と記す)。村島・荻野 (1985) は、 k_1 と k_2 の比を補正係数 J と定義し、 k_1 が 10^{-3} オーダーの水田 (砂質土水田) で J は $10 \sim 30$, k_1 が 10^{-6} オーダーの水田 (粘質土水田) で J は $500 \sim 1,000$ であることを示した。彼らの実験結果は、統計学的に均一と考えられる水田作土において、一筆単位の有効透水係数がオーガーホール法で観測された小スケールの透水係数から推定できなかったこと示唆している。

仲江川ら (1999) は、飽和透水係数 K_s のサンプルスケールが対象領域の平均浸透量の推定に及ぼす影響を検討した。彼らは、 K_s の平均がサンプルスケールに依存する場合 (太田・片桐, 1988), どのサンプルスケールで得られた K_s の平均を用いるかに依って、平均浸透量に大きな算定値の違いが生じると述べた。これは、透水係数の確率論的性質が小ブロックのスケールに依存して一意的に定まらない、という筆者らの疑問を端的に表している。

9. 野外土壌への相似理論の適用 (スケーリング)

Miller and Miller (1956) は、粒子径の異なる 2 つの均一多孔質体において、特性長 ε_1 及び ε_2 で表される相似を仮定し (宮崎, 2006, 図 2), 空隙の幾何学的な形状から「換算圧力」, 「換算透水係数」を導いた。

$$\varepsilon_1 \frac{p}{\sigma} = \varepsilon_2 \frac{p}{\sigma} \quad (29)$$

$$\omega \frac{K}{(\varepsilon_1)^2} = \omega \frac{K}{(\varepsilon_2)^2} \quad (30)$$

(29) 式及び (30) 式において、 p は液体の圧力低下、 σ は水の表面張力、 K は毛管伝導度 (無次元化された透水係数)、 ω は液体の粘性係数である。

彼らはこれを Darcy 式に適用し、粒子径の異なる均一多孔質体において、浸潤過程における深さ方向の圧力分布が同一曲線上に集約されることを示した (宮崎, 2006, 図 3)。

Peck et al. (1977) は、相似理論を流域の水収支に適用するため、対象領域を N 個の小ブロックに分割し、(31) 及び (32) 式で表される特性長 μ とスケーリングファク

ター β を導入した。

$$\beta = \frac{\mu}{\bar{\mu}} \quad (31)$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \mu_r \quad (32)$$

(31) 及び (32) 式において、 μ は対象領域における各小ブロックを特徴付ける仮想的な長さ、 $\bar{\mu}$ は N 個の小ブロックにおける μ の平均である。次いで、(31) 式の β が平均 1, 標準偏差 0.25 の正規分布に従うとアприオリに仮定して、(29) 式及び (30) 式により、透水係数と土壌水分圧力の平均を以下の式により算定した。

$$K_r = \beta_r^2 K_m \quad (33)$$

$$\varphi_r = \frac{\varphi_m}{\beta_r} \quad (34)$$

$$K_m = \frac{1}{N^2} \left\{ \sum_{r=1}^N K_r^{0.5} \right\}^2 \quad (35)$$

$$\varphi_m = N \left\{ \sum_{r=1}^N \frac{1}{\varphi_r} \right\}^{-1} \quad (36)$$

(33) から及び (36) 式において、 β_r は r 番目の小ブロックにおけるスケーリングファクター、 K_r は r 番目の小ブロックにおける透水係数、 K_m は N 個の小ブロックにおける透水係数の平均、 φ_r は r 番目の小ブロックにおける土壌水分圧力、 φ_m は N 個の小ブロックにおける土壌水分圧力の平均である。

彼らは、(31) 式から (36) 式に基づく手法 (以下、「スケーリング」) を植生のある流域の水収支解析に適用した。彼らは、水分特性曲線と不飽和透水係数の平均を用いた決定論的アプローチとスケーリングによる確率論的アプローチによる土壌水分貯留量の計算結果を比較した結果、両者がほぼ一致したと報告したが、この結論に至る計算過程は示されていない。

Warrick et al. (1977) は、(31) 式によって表されるスケーリングファクター β を導入すると、野外土壌における水分特性曲線や不飽和透水係数の大きなバラツキが、バラツキの小さい単一な曲線に集約できることを示した。彼らは、Nielsen et al. (1973) によって得られた水分特性曲線の土壌水分圧力 φ を飽和度の関数として表し、 φ の平均 $\hat{\varphi}$ と場所 r における φ_r の偏差の 2 乗を最小にする β_r を以下の式に基づき計算した。

$$SS_{\varphi} = \sum_r (\hat{\varphi}_r - \beta_r \varphi_r)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (37)$$

$$\sum \beta_r = 1 \quad (38)$$

次いで、彼らは (38) 式の条件下で、不飽和透水係数 K のバラツキを最小化する β_r を (39) 式に基づき、(37) 式とは別に計算した。

$$SS_K = \sum_r (\ln \hat{K}_r + 2 \ln \beta_r - \ln K_r)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (39)$$

(39) 式で \hat{K}_r は K の平均、 K_r は場所 r における K である。

彼らは、(37) 式及び (39) 式で求めたスケーリングファクターは、Peck et al. (1977) の仮定と異なり、対数正規分布に従ったと述べた。また、彼らは、これら 2 種類のスケーリングファクターが高い相関を持つことを示したが、その回帰直線は 1:1 の直線から外れた (Warrick et al., 1977), Fig. 10)。Miller and Miller (1956) の相似理論に依れば、両者は等しく、その関係は 1:1 の直線上にあるはずである。この結果は、野外土壌の空間的不均一性に対する相似理論の適用に疑問を投げかけるものである。

宮崎 (2006) は、Miller and Miller (1956) の相似理論は「ミクロに完全な相似形状を仮定したとき、マクロな結果を得る」手法であるのに対し、Peck et al. (1977) や Warrick et al. (1977) のスケーリングファクターは「ミクロな相似という前提条件を無視してマクロな量の比較を行う」手法であると述べ、後者によって相似理論の物理的な美しさも損なわれていった、と批判した。

Peck et al. (1977) や Warrick et al. (1977) によるスケーリングは、Fig. 9 の各ブロックにおいて、水分保持曲線や不飽和透水係数の空間的不均一性を単一のパラメータ (スケーリングファクター) β の配置で表すことに特徴がある。しかし、 β の確率分布や空間的相関関数が小ブロックのスケールに依存して一意的に定まらないという疑問は確率論的水移動方式に基づくアプローチと共通する。

10. Time stability

kriging によるマップの作成は、時間的な変動がきわめて小さい土壌理化学性 (例えば、単位体積当たりの重金属含量) に対して有効である。一方、時間的な変動が大きい土壌理化学性 (例えば、体積含水率) や作物の吸収や化学反応の影響を受けて季節的に変動する土壌理化学性 (例えば、単位体積当たりの無機態窒素含量) に対しては、ある一時期での調査によって作成されたマップが別の時期に有効であることは保証されない。従って、時間的な変動が大きい土壌理化学性では kriging によるマップの有効性に限界があり、異なった視点からのアプローチが必要である。

Vachaud et al. (1985) は、Time stability と呼ばれる概念を提案した。彼らは、対象領域内の各地点における土壌理化学性の値の累積分布関数上のランクが時間的に不変であることを Time stability と定義し、土壌水分貯留

量を対象として 2 通りの解析方法を提案した。

第一は、異なる 2 時期 j 及び j' において、各地点 i で観測された土壌水分貯留量の大きさを高い順に番号付けし、(40) 式によって両者の順位相関係数 r_s を計算するものである。

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{r=1}^n (R_{i,j} - R_{i,j'})^2}{n(n^2 - 1)} \quad (40)$$

(40) 式において、 r_s はスピアマンの順位相関係数、 R_{ij} は観測地点 i 、観測時期 j における土壌水分貯留量の観測値の順位、 $R_{i,j'}$ は地点 i 、観測時期 j' における土壌水分貯留量の観測値の順位、 n は観測地点数である。異なる 2 時期 j と j' の観測において、各観測地点の土壌水分の大きさの順位が一致する場合、 $r_s = 1$ となる。順位相関係数は、対象領域における土壌水分貯留量の空間的な高低の傾向の時間的安定性を定性的に表す指標である。

第二は、土壌水分貯留量の観測時期 j ごとに、各観測地点 i と全観測地点の平均 \bar{R}_j との相対偏差を計算し、全観測時期を通じた相対偏差の平均を計算して、各観測時期における土壌水分貯留量の平均 \bar{R}_j からの偏差が最も小さい地点を代表的観測地点とするものである。解析手順は、以下の式で表される。

$$\Delta_{ij} = R_{ij} - \bar{R}_j, \quad \bar{R}_j = \frac{1}{n} \sum R_i \quad (41)$$

$$\delta_{i,j} = \frac{\Delta_{i,j}}{\bar{R}_j} \quad (42)$$

$$\bar{\delta}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta_{i,j} \quad (43)$$

(41) 式において、 n は観測地点数、 m は観測時期数、 R_{ij} は観測地点 i における観測時期 j での土壌水分貯留量、 \bar{R}_j は観測時期 j における全観測地点の土壌水分貯留量の平均、 Δ_{ij} は観測時期 j における観測地点 i の土壌水分貯留量分の平均からの偏差、 n は観測地点数である。また、(42) 及び (43) 式において、 $\delta_{i,j}$ は観測時期 j における観測地点 i の土壌水分貯留量の平均からの相対偏差、 m は観測時期数、 $\bar{\delta}_j$ は $\delta_{i,j}$ の観測時期 j に関する平均である。

彼らは、20 a の草地において 7 時期・17 地点で観測された土壌水分貯留量に上記の 2 通りの解析手法を適用した。第一に、彼らは 2 時期ごとにスピアマンの順位相関係数を計算し、高い値 (0.789 ~ 0.988) を得た (Table 5)。第二に各時期・各地点での観測値に (41) から (43) 式を適用し、Fig. 16 に示す結果を得た。彼らは、Fig. 16 において、(43) 式で表される $\bar{\delta}_j$ が 0 に近い地点 9 または地点 6 が、対象領域の土壌水分貯留量の平均的挙動を示す観測地点であると述べた。

Kachanoski and de Jong (1988) は、Vachaud et al. (1985) が提案した Time stability は空間スケールに影

Table 5 7 時期・17 地点で観測された土壌水分貯留量の順位相関係数 (Vachaud et al. (1985) より作成).

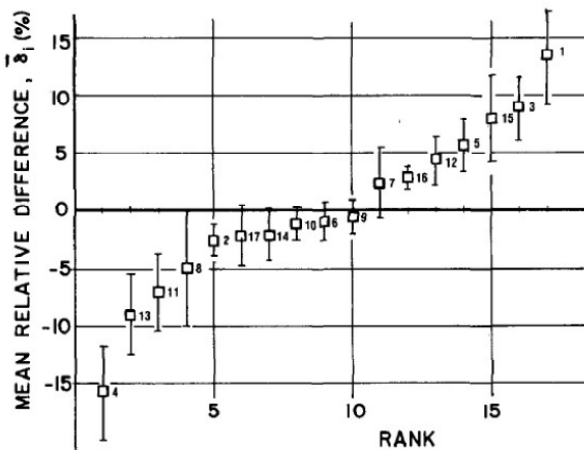
Date	(1) 1982.9.7	(2) 1981.10.28	(3) 1982.12.2	(4) 1981.7.29	(5) 1981.8.18	(6) 1982.7.16	(7) 1981.8.25
Average soil water storage (mm)	428.81	425.77	424.77	382.06	354.72	347.23	344.46
(1)	1						
(2)	0.953	1					
(3)	0.941	0.953	1				
(4)	0.988	0.961	0.946	1			
(5)	0.953	0.922	0.882	0.968	1		
(6)	0.863	0.789	0.843	0.836	0.852	1	
(7)	0.860	0.824	0.824	0.794	0.863	0.930	1

響される点を論じた。彼らは、720 m の測線上に 10 m 間隔で 3 時期で測定された土壌水分貯留量の分布 (Fig. 17) を時系列を模して“空間系列”とみなした。Fig. 17 の June 28 と July 12 の土壌水分貯留量間のスピアマンの順位相関係数は 0.97 と高かったが、July 12 と October 1 の間のそれは 0.77 であった。後者が前者より低かった点について、彼らは信号処理分野のコヒーレンススペクトルの手法を適用して解析した。

時期 t における土壌水分貯留量の空間系列 S_t のパワースペクトル v_t^2 は、以下の式で与えられる (Kachanoski and de Jong (1988, (9) 式))

$$v_t^2 = (2m+1)^{-1}N^{-1} \times \sum_{i=-m}^m \left[\left\{ \sum_{j=1}^N S_t(j) \cos(2\pi f_{k+i}j) \right\}^2 + \left\{ \sum_{j=1}^N S_t(j) \sin(2\pi f_{k+i}j) \right\}^2 \right] \quad (44)$$

(44) 式において、 $S_t(j)$ は時期 t 、地点 j における土壌理化学性、 $f_k = K/N$ はサイクル (この逆数は波長、すなわち空間スケール)、 N は測線上に等間隔 L で配置し

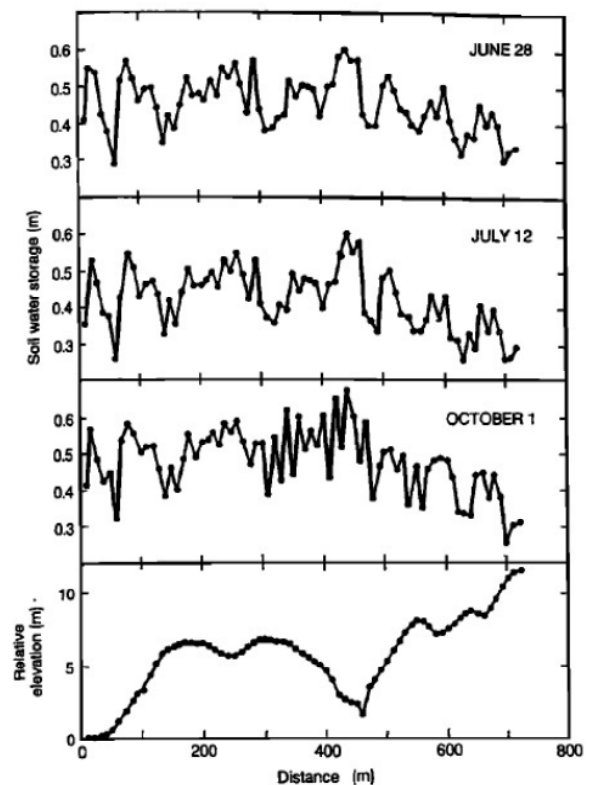
**Fig. 16** Grenoble site において各観測時期における各観測地点の土壌水分貯留量の平均からの偏差の平均を小さい順に並べた図 (Vachaud et al. (1985) より引用).

た地点の総数、 $K = 0, 1, 2, \dots, N/2$, m は平滑化係数である。

2 時期 t_1, t_2 における土壌水分貯留量の空間系列間の共分散 (クロススペクトル) は、以下の式で与えられる (Kachanoski and de Jong (1988, (10) 式)).

$$v_{t_1 t_2}(f_k) = (2m+1)^{-1}N^{-1} \sum_{i=1}^m \{F_{t_1}(f_{k+i})F_{t_2}(f_{k+i})\} \quad (45a)$$

(45a) 式において、

**Fig. 17** 3 時期における土壌水分貯留量の測線上の分布と土壌水分貯留量の観測点の相対標高 (Kachanoski and de Jong (1988) より引用).

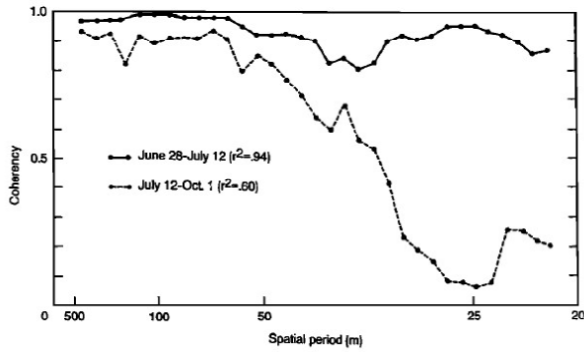


Fig. 18 第一の時期と第二の時期の空間系列間、及び第二の時期と第三の時期の空間系列間におけるコヒーレンシスペクトル (Kachanoski and de Jong (1988) より引用).

$$F_{t_1}(f_k) = \sum_j S_{t_1}(j) \{ \cos(2\pi f_k j) - i \sin(2\pi f_k j) \} \quad (45b)$$

$$F_{t_2}(f_k) = \sum_j S_{t_2}(j) \{ \cos(2\pi f_k j) - i \sin(2\pi f_k j) \} \quad (45c)$$

(44), (45a), (45b) 及び (45c) 式より, 2 時期 t_1, t_2 における土壤水分貯留量の空間系列間の相関係数の 2 乗は (46) 式で与えられる.

$$R_{t_1 t_2}^2(f_k) = \frac{\{v_{t_1 t_2}(f_k)\}^2}{v_{t_1}^2 v_{t_2}^2} \quad (46)$$

(46) 式において, $V_{t_1}^2$ 及び $V_{t_2}^2$ は $S(j)$ の t_1 及び t_2 におけるパワースペクトル, $R_{t_1 t_2}^2$ はコヒーレンシスペクトルと呼ばれる. コヒーレンシスペクトルは, 2 時期の土壤水分貯留量の空間スケールごとの相関の強さを表す. Fig. 18 は, Fig. 17 の June 28 と July 12 との間, 及び July 12 と October 1 の間のコヒーレンシスペクトルである. 期間中に降雨の無かった June 28 と July 12 の間のコヒーレンシスペクトルほどの空間スケールでも高かったが, 期間中に相当量の降雨のあった July 12 と October 1 の間のそれは 50 m 以上のスケールで高く, 30 m 以下のスケールで低い傾向を示した. この結果の要因について, 彼らは, 30 m 以下のスケールにおいて地表面の曲率の短い間隔での変動により雨水の側方移動が生じ, これが観測地点間の土壤水分貯留量の多寡を引き起こした結果, より低いコヒーレンシスペクトルの要因となったと考察した.

一方, 耕耘・代かきなど土壤管理作業を伴う農地では, Time stability 概念が有効でない場合がある. 原口 (1990) は, 2 つの水田ほ場 (以下, 「 L_1 圃場, L_2 圃場」) において, 代かき前後の作土層の乾燥密度, 体積含水率, 含水比を測線上の同一地点で観測し, 代かき前後の観測値間の相関係数とスピアマンの順位相関係数 ((40) 式) を計算した. 代かき前後におけるこれらの物理性の順位相関係数は L_1 圃場では $-0.291 \sim 0.385$ (Table 6), L_2 圃場では $-0.222 \sim 0.225$ (Table 7) の範囲であり, Vachaud

et al. (1985) の得た $0.789 \sim 0.988$, Kachanoski and de Jong (1988) の得た $0.77 \sim 0.97$ より顕著に低かった. この例は, ある一時期に測定された水田作土の土壤物理性の空間分布が, 代かきによって大きく攪乱され, 時間的に維持されないことを示している.

確率・統計学的手法, REV 概念, 確率論的水移動方程式およびスケージングでは, トレンドのない統計学的に均一な対象領域の仮定が必要であったが, Time stability は対象領域内のトレンドの有無に関わらず適用できる点に特徴がある. また, Vachaud et al. (1985) による第二の方法 ((41) から (43) 式) は, 対象領域において多くの地点で観測できない場合に代表的な観測地点を決定するのに有効である. 例えば, 水田転換畑における土壤水分測定では, 経験的に圃場の中央付近に土壤水分計が設置される (例えば, 瑞慶村ら, 2022) が, このような経験的な観測地点の選択に係る合理性について, Time stability の手法を適用することにより裏付けることが可能である (諸泉ら, 2002; 亀山ら, 2019).

11. その他のアプローチ

11.1 仲江川らによる集約化規範

水文学分野において, 仲江川らは地球規模の水循環に影響を与える蒸発散量, 熱収支及び浸透量の推定式中のパラメータを確率変数とみなし, 対象領域におけるパラメータの空間的不均一性が対象領域の平均に与える影響を検討した. 彼らは, 空間的に分布するパラメータを領域平均で表すことを「集約化」, 集約化に伴う推定誤差を許容誤差範囲内にするための条件を「集約化規範」と表現した (仲江川ら, 1998a). 以下では, 浸透量を対象とした「集約化」及び「集約化規範」の例を紹介する.

仲江川ら (1998b) は, Philip 式 ((47) 及び (48) 式) を対象として, 対象領域内の小ブロックの土壤理化学性の空間的不均一性が対象領域の浸透量推定に及ぼす影響

Table 6 同一地点における代かき前後の乾燥密度、含水比及び体積含水率の相関係数と順位相関係数 (L_1 圃場).

	乾燥密度	含水比	体積含水率
相関係数	0.429	-0.225 ~ 0.198	0.088 ~ 0.193
順位相関係数	0.385	-0.291 ~ 0.063	0.048 ~ 0.132

Table 7 同一地点における代かき前後の乾燥密度、含水比及び体積含水率の相関係数と順位相関係数 (L_2 圃場).

	乾燥密度	含水比	体積含水率
相関係数	0.085	-0.141 ~ 0.132	-0.231 ~ -0.161
順位相関係数	0.067	-0.148 ~ 0.225	-0.222 ~ -0.172

を検討した。

$$f_i(t) = 0.5S_i t^{-0.5} + A_i \quad (47)$$

$$I(t) = S_i t^{0.5} + A_i t \quad (48)$$

(47) 及び (48) 式において、 f_i は浸透速度、 I は積算浸透量、 t は時間、 S_i は初期土壌水分量によって定まるパラメータ、 A_i は土壌パラメータである。

彼らは、Entekhabi の方法 (仲江川ら, 1998b), (4) ~ (9) 式に従い、(47) 式及び (48) 式を飽和透水係数 K_s 、空気侵入圧 ϕ_b 、飽和体積含水率 θ_s 、パラメータ τ の関数で表した。

$$f_i(t) = 0.5K_s(1 + S_i^c) + PQ t^{-0.5} \quad (49)$$

$$I(t) = 0.5K_s(1 + S_i^c)t + PQ t^{0.5} \quad (50)$$

上式の P 、 Q は、

$$P = \left\{ \frac{1}{1+4\tau} + \frac{\tau S_i^{\frac{1}{1+4\tau}}}{(1+4\tau)(1+3\tau)} - \frac{S_i}{1+3\tau} \right\}^{0.5} \quad (51)$$

$$Q = (2\theta_s K_s \phi_b)^{0.5} \quad (52)$$

$$\phi = \phi_b \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\frac{-1}{\tau}} \quad (53)$$

彼らは、各パラメータが統計的に独立であると仮定し、対象領域における平均の積算浸透量の推定誤差を許容誤差範囲にする 2 通りの方法を提案した。

第一は、浸透量の推定式中のパラメータを平均と偏差の和で表して Taylor 展開し、ある次数までを推定値、それ以下の次数を誤差とみなし、相対誤差が収まる条件を与えるものである。例えば、浸透量の推定式において (51) 及び (53) 式中の変数 τ に正規分布を仮定し、 τ を平均 $\bar{\tau}$ と偏差 τ' の和で表した。

$$\tau = \bar{\tau} + \tau' \quad (54)$$

(54) 式を (51)、(52)、(53) 式に、次いで (50) 式に代入し、 τ' の 3 次の項まで Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \overline{I(t)} &= \frac{1}{2} K_s (1 + c_0) t + Q p_0 t^{\frac{1}{2}} \\ &+ \left(\frac{1}{2} K_s c_2 t + Q p_2 t^{\frac{1}{2}} \right) \tau'^2 \\ &+ \left(\frac{1}{2} K_s c_3 t + Q p_3 t^{\frac{1}{2}} \right) \tau'^3 \end{aligned} \quad (55)$$

(55) 式の c_0 、 c_2 、 c_3 は、(48) 式の A_i を τ' について Taylor 展開した時の 0、2、3 次の係数、 p_0 、 p_2 、 p_3 は、(48) 式の S_i を τ' について Taylor 展開した時の 0、2、3 次の係数である。(55) 式の右辺第 1 項と 2 項の和が $\overline{I(t)}$ の精度良い推定値である条件は、許容相対誤差を δ として以下の式で表される。

$$\delta > \frac{\left(\frac{1}{2} K_s c_2 t + Q p_2 t^{\frac{1}{2}} \right) \tau'^2}{\frac{1}{2} K_s (1 + c_0) t + Q p_0 t^{\frac{1}{2}}} \quad (56)$$

(56) 式は、Taylor 展開の第 2 項までの和が、高次の第 3 項の値に比べて十分大きいという条件である。同様に、右辺第 1 項から第 3 項の和が $\overline{I(t)}$ の精度良い推定値である条件は、

$$\delta > \frac{\left(\frac{1}{2} K_s c_3 t + Q p_3 t^{\frac{1}{2}} \right) \tau'^3}{\frac{1}{2} K_s (1 + c_0) t + Q p_0 t^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2} K_s c_2 t + Q p_2 t^{\frac{1}{2}} \right) \tau'^2} \quad (57)$$

彼らは、(56) 及び (57) 式のような不等式で表される条件を“集約化規範”と表現した。

第二の方法は、平均と偏差の和で表せないパラメータの場合、そのパラメータに関して直接積分して得た浸透量を真値、パラメータの領域内の算術平均を代入して得た浸透量を推定値とみなし、両者の差が一定の誤差範囲に相対誤差が収まる条件を与えるものである。例えば、(50) 式中の変数 K_s は平均と微小な偏差の和で表すことができないとして、(50) 式を K_s に関して直接積分して得た結果を真値、 K_s の領域内の算術平均を求めて (50) 式に代入した結果を推定値とみなし、両者の差を前者で除した値が許容相対誤差 δ より小さい条件を“集約化規範”と表現した。

仲江川らによる集約化規範は、浸透量の推定式中のパラメータを確率変数とみなす点で、確率論的水移動方程式と同様なアプローチである。この手法は、確率分布と空間的相関関数が一意的に定まる条件下では有効であるが、確率変数 K_s の平均がサンプルスケールに依存し、確率分布と空間的相関関数が一意的に定まらない条件下では有効ではない (仲江川ら, 1999)。

11.2 原口らによる土壌物理性の分布形に関する研究

乾燥密度や体積含水率は正規分布に適合し、飽和透水係数は対数正規分布に適合することが経験的に知られている (Warrick and Nielsen, 1980)。土壌物理性によって適合する分布形が異なる要因は、岡部ら (1996)、原口・安中 (1997)、原口 (2000) によって検討された。

岡部ら (1996) は、直径 20 cm の不攪乱試料を脱気水で毛管飽和し、試料下部の吸引圧を 5 mmH₂O ずつ段階的に増加させた時に脱水する粗間隙の本数を目視でカウントし、間隙径が大きいほど単位面積当たりの本数が小さいことを明らかにした。

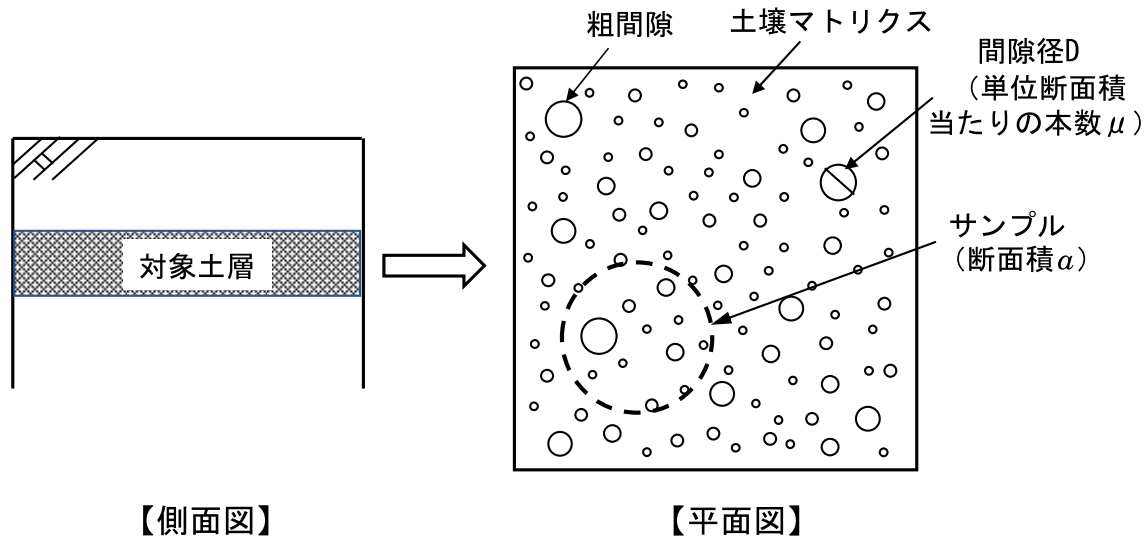


Fig. 19 土壤間隙構造モデルの概念図.

この結果に基づき、原口・安中（1997）は、対象とする土層は粗間隙とマトリクスから構成され、粗間隙径 D が大きいほど単位面積当たりの本数 μ が小さく、サンプル断面積 a に含まれる粗間隙の本数は平均 $a\mu$ を持つポアソン変数と仮定した (Fig. 19). 次いで、粗間隙中の水移動が Hagen-Poiseuille 則に従うとして飽和透水係数を算出した。その結果、サンプル断面積 a が小さいとき、飽和透水係数は稀に含まれる直径 D の大きい粗間隙を流れる大きな流量によって右に尾を引く対数正規分布に近似されること、サンプル断面積 a を大きくすると平均 $a\mu$ を持つポアソン変数は正規分布に近づくので、飽和透水係数は正規分布に近づくことを明らかにした。次いで、原口（2000）は、Fig. 19 の間隙構造モデルに基づき、体積含水率と乾燥密度は正規分布に近似されることを明らかにした。

原口らのアプローチは、乾燥密度や飽和透水係数をミクロな間隙構造に由来する確率変数の関数で表し、派生分布の理論 (G.P. ウォズワース and J.G. ブライアン, 1986) を適用して土壤物理性の分布形を検討したものと解される。

12. 終わりに

土壤理化学性の空間的不均一性に関して、本稿を通じて筆者らが主張した点は以下のように要約される。

- ◆ 推測統計学と比較して、Geostatistics は「対象とする土壤理化学性の空間的なマップ作成が可能である点」、「スケールアップの理論を有している点」及び「未測定点での値もしくは未測定エリアの平均値の推定誤差を評価できる点」が優れている。
- ◆ 空間的な加法性を有する土壤理化学性に対しては kriging が適用できる。作物生産と密接に関係する肥料成分は空間的な加法性を有し、施肥成分の空間

的なマップやスケールアップを通じた栽培管理への展開が容易である。

- ◆ 均一系の水移動方程式を野外土壤に適用するためには、透水係数のスケールアップが必要である。しかし、透水係数は空間的な加法性を有さないため、kriging を用いて小スケールで得られた透水係数から大スケールへのスケールアップはできない。
- ◆ 透水係数のスケールアップに関する別のアプローチとして、「REV 概念」と「確率論的水移動方程式」がある。前者はサンプルスケールの増大によって透水係数をスケールアップする手法であるが、REV は多大な労力をかけて実験的・経験的に求める必要がある。また、後者は透水係数を確率変数とみなすことにより、小スケールで得られた透水係数から大スケールにおける透水係数を理論的に推定する手法であるが、透水係数の平均がサンプルスケールに依存する実験事実により、確率変数の性質が一意的に定まらないことがこの手法に疑問を投げかけている。
- ◆ 相似理論の空間的不均一性への適用は、スケーリングファクターを確率変数と見なす点で「確率論的水移動方程式」と同様なアプローチである。このため、スケーリングファクターの確率論的性質が一意的に定まらないという問題は「確率論的水移動方程式」と共通する。
- ◆ 野外土壤の理化学性には、時間的な変動が小さい項目と変動が大きい項目がある。Geostatistics は時間的な変動が小さい項目のマップ作成に有効だが、時間的な変動が大きい項目にはさほど有効ではない。Time stability は、時間的な変動が大きい項目（例えば、土壤水分）に関して、空間的な分布の時間的な安定性の評価や空間的に不均一な対象領域の平均的挙動を示す観測点の探索を行う手法であり、トレンド系にも適用できるユニークなアプローチである。
- ◆ 野外土壤の土壤理化学性の測線上の分布を 1 セット

の数値とみなすアプローチと、空間系列とみなすアプローチが存在する。後者に関して、Geostatisticsは、土壤理化学性の空間系列に対して、時系列解析で用いられる自己相関の手法を適用したアプローチである。一方、Time stabilityの空間スケール依存性(Kachanoski and de Jong, 1988)は、土壤理化学性の空間系列に対して、信号処理分野のパワースペクトル及びクロススペクトルの手法を適用したアプローチであり、土壤理化学性の時間的な変動が、どの空間スケールに支配されているかを検討するのに適している。

今日では、ドローンなどの近接リモートセンシングを用いて、多大な労力をかけることなく土壤理化学性の空間的な分布を得ることができる。同様に、作物の生育量や収量の空間的な分布も得ることができる。“スマート農業”の典型的な例である可変施肥は、ドローンで撮影された土色(腐植含量)に基づく地力マップから、場所ごとの施肥量を変える手法である。場所ごとの施肥量を変えたことによる効果は、作物の収量マップから評価することができる。このように、“スマート農業”では空間的に分布する複数の項目間の関係を扱う場面が多い。本稿では、複数の項目間の関係を扱う手法、例えばcross-variogramやco-krigingについては、筆頭著者の能力不足ゆえ省略した。また、REVの存在を仮定して、作土層の単一の飽和・不飽和透水係数を逆解析により求めるアプローチがあるが、同様な理由により省略した。会員のどなたか、続編を書いていただければ幸いである。

付録

飽和透水係数の変動係数の実測値と(22a)式による摂動近似の妥当性に関する試算

対数正規分布の平均の期待値 \bar{x}' と標準偏差の期待値 \bar{s}' は、正規変換後の正規分布の期待値 μ' と分散の期待値 σ'^2 を用いて以下の式で表される。

$$\bar{x}' = e^{\mu' + \frac{\sigma'^2}{2}} \quad (\text{付1})$$

$$\bar{s}' = \left\{ e^{2\mu' + \sigma'^2} \left(e^{\sigma'^2} - 1 \right) \right\} \quad (\text{付2})$$

仮に(22a)式の $\ln K'_s$ が $\overline{\ln K_s}$ より十分小さいという条件を $\sigma'/\mu' = 0.05$ 、すなわち変動係数5%とすると、 \bar{x}' と \bar{s}' は μ' のみの関数として、以下の式で表される。

$$\bar{x}' = e^{\mu' + 0.00125\mu'^2} \quad (\text{付3})$$

$$\bar{s}' = \left\{ e^{2\mu' + 0.0025\mu'^2} \left(e^{0.0025\mu'^2} - 1 \right) \right\} \quad (\text{付4})$$

K_s の実測値の第一の事例として、Table 2中の K_s の

平均(14 cm hr⁻¹)、標準偏差(26 cm hr⁻¹)、変動係数(190%)を採り上げる。まず、 $\bar{x}' = 14$ を満足する付録3)式の μ' は、繰り返し計算により2.63041となる。これを(付録4)式に代入して \bar{s}' を計算し、%表示の変動係数 $\bar{s}'/\bar{x}' \times 100$ を計算すると約13.2%となる。これは実測値190%から大きく乖離している。

第二の事例として、 K_s の平均(3.57 cm hr⁻¹)、標準偏差(2.82 cm hr⁻¹)、変動係数(79%)の事例(原口, 1998)を採り上げる。同様な手順で%表示の変動係数を計算すると約4.6%となる。これは実測値79%から大きく乖離している。

以上の試算例から、(22a)式に基づく摂動法は、 K_s の変動係数がごく小さい場合に限定されると考えられる。

引用文献

- Anderson, J. and Bouma, J. (1973): Relationships between saturated hydraulic conductivity and morphometric data of an argillic horizon. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37: 408–413.
- Baveye, P. and Sposito, G. (1984): The operational significance of the continuum hypothesis in the theory of water movement through soils and aquifers. *Water Resour. Res.*, 20(5): 521–530.
- Bear, J. (1972): *Dynamics of fluids in porous media*, p. 764. Elsevier, New York.
- Bear, J. (1979): *Hydraulics of groundwater*, p. 567. McGraw-Hill.
- Beckett, P.H.T. and Webster, R. (1971): Soil variability: A review. *Soils and Fertilizers*, 34(1): 1–15.
- Bouma, J. (1985): Soil variability and soil survey, pp. 130–145. *Soil spatial variability: Proceedings of a workshop of the ISSS and the SSSA, Pudoc Wageningen*.
- Burgess, T.M. and Webster, R. (1980a): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. I. The semi-variogram and punctual kriging. *J. Soil Sci.*, 31: 315–331.
- Burgess, T.M. and Webster, R. (1980b): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. II. Block kriging. *J. Soil Sci.*, 31: 333–341.
- Brown, G.O., Hsieh, H.T. and Lucero, D.A. (2000): Evaluation of laboratory dolomite core sample size using representative elementary volume concept. *Water Resour. Res.*, 36(5): 1199–1207.
- Cline, M.G. (1944): Principles of soil sampling. *Soil Sci.*, 58: 275–288.
- Dagan, G. (1979): Models of groundwater flow in statistically homogeneous porous formations. *Water Resour. Res.*, 15(1): 47–63.
- Freeze, R.A. (1975): A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonhomogeneous media. *Water Resour. Res.*, 11: 725–741.
- Gajem., Y.M. Warrick, A.W. and Myers, D.E. (1981): Spatial

- dependence of physical properties of a typical Torrifluent Soil. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45: 709–715.
- Greenkorn, R.A. and Kesseler, D.P. (1969): Dispersion in heterogeneous nonuniform porous media. *Ind. Eng. Chem.*, 61(9): 14–32.
- Gutjahr, A.L., Gelhar, L.W., Bakr, A.A. and MacMilan, J.R. (1978): Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows, 2, Evaluation and application. *Water Resour. Res.*, 14(5): 953–959.
- 原口暢朗 (1990): 土壌管理作業による土壌水分・乾燥密度の空間分布及び空間構造の変化について. *農土論集*, 150: 27–35.
- 原口暢朗, 安中武幸 (1997): 土壌間隙構造モデルに基づく飽和透水係数の不均一性に関する確率論的考察 — 飽和透水係数の不均一性に関する研究 (I) — . *農土論集*, 190: 27–33.
- 原口暢朗 (1998): 水田における土壌物理性の不均一性の統計的評価に関する研究. 東京大学博士論文.
- 原口暢朗 (2000): 土壌間隙構造モデルに基づく土壌水分と乾燥密度の不均一性に関する確率論的考察. *農土論集*, 206: 1–12.
- Hills, R.G., Wierenga, P.J. Hudson, D.B. and Kirkland, M.R. (1991): The second Las Cruces experiment: Experimental results and two-dimensional flow predictions. *Water Resour. Res.*, 27: 2707–2018.
- Hooghoudt, S.B. (1940): Algemene beschouwing van het probleem van de detailontwatering en de infiltratie door middel van parallel loopende drains. greppels, slooten en kanalen. No. 7 in de serie (in Dutch).
- 岩田進午 (1994): 土は連続体とみなせるか. *日本の科学者*, 29(7): 17–22.
- Iwata, S., Tabuchi, T. and Warkentin, B.P. (1995): Soil-water interactions Second edition, p. 440. Marcel Dekker.
- Journal, A.G. and Huijbregts, C.J. (1978): Mining Geostatistics, p. 600. Academic Press.
- Kachanoski, R.G. and de Jong, E. (1988): Scale dependence and the temporal persistence of spatial patterns of soil water storage. *Water Resour. Res.*, 24(1): 85–91.
- 龜山幸司, 宮本輝仁, 岩田幸良 (2019): 土壌水分計を用いた圃場内の水分分布測定に基づく代表地点の選出. *農業農村工学会論文集*, 309: 113–121.
- 古賀 清, 佐藤靖行 (1998): 粗間隙の発達した圃場での現場透水試験におけるサンプルスケール効果. *農土論集*, 198: 1051–1057.
- Lauren, J.G., Wagenet, R.J., Bouma, J. and Wosten, J.H. (1988): Variability of saturated hydraulic conductivity in a Gossaic Hapludalf with macropores. *Soil Sci.*, 145: 20–28.
- Mantoglou, A. and Gelhar, L.W. (1987): Stochastic modeling of large-scale transient unsaturated flow systems. *Water Resour. Res.*, 23(1): 37–46.
- Miller, E.E. and Miller, R.D. (1956): Physical theory for capillary flow phenomena. *J. Appl. Phys.*, 27(4): 324–332.
- 宮崎 毅 (2000): 環境地水学, p. 196. 東京大学出版会.
- 宮崎 毅 (2006): 古典を読む E.E. Miller and R.D. Miller 著 「毛管流現象のための物理理論」. *土壌の物理性*, 104: 127–139.
- 諸泉利嗣, 佐藤裕一, 佐藤幸一 (2002): 傾斜草地における表層土壌水分の空間分布特性と領域平均を示す代表地点の探索. *農土論集*, 220: 9–17.
- 村島和男, 荻野芳彦 (1985): 現場透水係数の補正係数 (α) を用いた暗渠排水設計の実際 — 汎用化耕地のための暗渠排水設計 (III) — . *農土論集*, 119: 13–20.
- 長堀金造 (1971): 児島湾干拓地水田の含水比と乾燥密度の不均一性 — 農地土壌のサンプリングに関する基礎的研究 (I) . *農土論集*, 36: 1–7.
- 長田 昇 (1971): 砂質土壌における通気性と透水性の不均一性 — 農地土壌のサンプリングに関する基礎的研究 (X) . *農土論集*, 36: 60–66.
- 仲江川敏之, 沖 大幹, 虫明功臣 (1998a): 線形化モデルによる地表面熱フラックスの集約化 I: 領域平均地表面フラックス算定式と集約化規範の導出. *水文・水資源学会誌*, 11(3): 201–209.
- 仲江川敏之, 沖 大幹, 虫明功臣 (1998b): Philip 式による浸透量の領域平均算定式と集約規範の導出. *水工学論文集*, 42: 175–180.
- 仲江川敏之, 沖 大幹, A. S. ヘーラト, 虫明功臣 (1999): 集約化規範を用いた飽和透水係数のサンプルスケールが浸透量算定に与える影響評価. *水工学論文集*, 43: 109–114.
- Nielsen, D.R., Biggar, J.W. and Erh, K.T. (1973): Spatial variability of field measured soil-water properties. *Hilgardia*, 42(7): 215–259.
- 「農地土壌のサンプリング」についてのシンポジウム (1972): *農土誌*, 40(2): 87–106.
- 農林水産省 (2023): スマート農業の展開について. <https://www.maff.go.jp/j/kanbo/smart/attach/pdf/index-47.pdf> (2023.6.19 確認)
- 岡部和典, 原口暢朗, 安中武幸 (1996): 飽和透水係数及び乾燥密度の面的な平均値推定のためのサンプリング要素の設定条件に関する事例的検討. *農土論集*, 184: 715–723.
- 荻野芳彦, 村島和男 (1985a): 暗渠排水計画の理論的検討 — 汎用化耕地のための暗渠排水設計 (I) — . *農土論集*, 119: 1–6.
- 荻野芳彦, 村島和男 (1985b): 現場透水係数の補正係数 (α) の求め方について — 汎用化耕地のための暗渠排水設計 (II) — . *農土論集*, 119: 7–12.
- 太田猛彦, 片桐 真 (1988): 大型透水試験器による森林土壌の透水係数の測定. *日本林学会誌*, 70 (8): 367–370.
- Peck, A.J., Luxmoore, R.J. and Stolzy, J.L. (1977): Effects of spatial variability of soil hydraulic properties in water budget modeling. *Water Resour. Res.*, 13(2): 348–354.
- Polmann, D.J., MacLaughlin, D., Luis, S., Gelhar, L.W. and Ababou, R. (1991): Stochastic modeling of large-scale flow in heterogeneous unsaturated soil. *Water Resour. Res.*, 27: 1477–1458.
- Smith, L. and Freeze, R.A. (1979): Stochastic analysis of

- steady state groundwater flow in a bounded domain, 2
Two dimensional simulations. *Water Resour. Res.*, 15(6):
1543–1559.
- 徳永光一, 深山一弥 (1971): 関東ローム水田における含水比
と乾燥密度の分布特性 — 農地土壌のサンプリングに関
する基礎的研究 (VI) . *農土論集*, 36: 42–46.
- G.P. ウォズワース, J.G. ブライアン (1986): 理論科学・応
用科学・社会科学のための確率 / 統計の理論と応用, 帝
人株式会社訳. 長谷川節改訂. p. 396. ブレイン図書出版,
松山.
- Unlu, K., Nielsen, D.R., Biggar, J.W. and Morkoc, F. (1990):
Statistical parameters characterizing the spatial variability
of selected soil hydraulic properties. *Soil, Soil Sci. Soc.
Am. J.*, 54: 1537–1547.
- Vachaud, G., Passerat de Silans, A., Balabanis, P. and Vauclin,
M. (1985): Temporal stability of spatially measured soil
water probability density function. *Soil, Soil Sci. Soc. Am.
J.*, 49: 823–828.
- van Genuchten, M.Th. (1980): A closed-form equation for
predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.
Soil Sci. Soc. Am. J., 44: 892–898.
- Vieira, S.R., Nielsen, D.R. and Biggar, J.W. (1981): Spatial
variability of field-measured infiltration rate. *Soil Sci. Soc.
Am. J.*, 45: 1040–1048.
- Vinson, J., Wierenga, P.J., Hills, R.G. and Young, M.H.
(1997): Flow and Transport at the Las Cruces trench site:
Experimental II b. NUREG/CR-6437: 1–215.
- Warrick, A.W., Mullen, G.J. and Nielsen, D.R. (1977): Scal-
ing field-measured soil hydraulic properties using similar
media concept. *Water Resour. Res.*, 13(2): 355–362.
- Warrick, A.W. and Nielsen, D.R. (1980): Spatial variability of
soil physical properties in the field, pp. 319–344. *Applica-
tions of Soil Physics*, Academic Press.
- Webster, R. and Cuanalo, H.E. (1975): Soil transect correlo-
grams of North Oxfordshire and their interpretation. *J. of
Soil Sci.*, 26: 176–194.
- Webster, R. (1985): Quantitative spatial analysis of soil in
the field, pp. 2–70. *Advances in Soil Science*, 3, Springer-
Verlag.
- Wierenga, P.J., Hills, R.G. and Hudson, D.B. (1991): The Las
Cruces trench site: Characterization, experimental results,
and one-dimensional flow predictions. *Water Resour. Res.*,
27: 2695–2705.
- Wildenschild, D. and Jensen K.H. (1999a): Laboratory inves-
tigations of effective flow behavior in unsaturated hetero-
geneous sand. *Water Resour. Res.*, 35(1): 17–27.
- Wildenschild, D. and Jensen K.H. (1999b): Numerical mod-
eling of observed effective flow behavior in unsaturated
heterogeneous sand. *Water Resour. Res.*, 35(1): 29–42.
- Yeh, T.C., Gelhar, L.W. and Gutjahr, A.L. (1985): Stochastic
analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils, 1, Sta-
tistically isotropic media. *Water Resour. Res.*, 21(4): 447–
456.
- 瑞慶村知佳, 遠山孝通, 原口暢朗, 吉村亜希子 (2022): 耕種条
件が短辺 2 方向に傾斜した転換畑の地表排水効果に与え
る影響. *農業農村工学会論文集*, 315: 101–109.

要 旨

本稿では、野外土壌の理化学性の空間的不均一性に対する主要なアプローチの特徴と適用性について論じた。均一系の水移動方程式を野外土壌に適用するためには、透水係数のスケールアップが必要である。Geostatistics では kriging を用いた透水係数のスケールアップはできないことを指摘した。代わる手法として、REV 概念はサンプルスケールの増大によって透水係数をスケールアップする手法であるが、REV は労力をかけて実験的に求める必要があることを指摘した。確率論的水移動方程式は小スケールで得られた測定値から大スケールにおける透水係数を理論的に推定する手法であるが、透水係数の平均のサンプルスケール依存性は、この手法に疑問を投げかけることを指摘した。Time stability は時間的にも変動する土壌水分に対して、代表的な観測点の選定に有効であり、トレンド系にも適用できる特徴を指摘した。

キーワード : 空間的不均一性, Geostatistics, REV, 確率論的水移動方程式, Time stability