

# 砂質土壌の気相率と通気係数の音響測定法の開発と 同手法を通して見た気相の構造

深田耕太郎<sup>1</sup>・中村公人<sup>1</sup>

Acoustic method for measuring volumetric air content and air conductivity of sandy soil and its application  
to the evaluation of air phase structure

Kotaro FUKADA<sup>1</sup> and Kimihito NAKAMURA<sup>1</sup>

**Abstract :** Developments in acoustic theory of soil have allowed acoustic methods to be used to investigate soil physical properties. There have been few studies on the measurement of air conductivity. In addition, some research has suggested that the characteristic scale of the air phase structure of soil could be evaluated using acoustic methods; however, there is little understanding of its value and the relationship to the soil water condition. Therefore, our study objectives were to develop an acoustic method for measuring air conductivity and provide the characteristic scale of the air phase structure using acoustic measurements. Combining acoustic theory with the relationship between volumetric air content and tortuosity, we determined the formulae to calculate volumetric air content and air conductivity from acoustic impedance. The Tottori dune sand was used as sample. The results showed that the estimate of the volumetric air content obtained by the acoustic method was less than 15% of that obtained by the traditional gravimetric method over the range of 14-34%. The estimates of conductivity were within 3-fold that obtained by traditional air conductivity measurement. The results also showed that, in some cases, a sand sample can be regarded as an assembled mass of air, which has a characteristic scale of about 0.6-3.7cm and roughly proportional to the volumetric air content.

**Key Words :** sound wave, soil air, volumetric air content, air conductivity

## 1. はじめに

音波は有用な非破壊測定のためのツールであり、ソナーや超音波検査など応用範囲は広い。近年では、土壌の気相率、通気性、屈曲度 (Sabatier et al., 1990; Moore and Attenborough, 1992)、大気と連続した空気量 (深田ら, 2010) あるいは水分量 (Mohamed and Horoshenkov, 2009) の測定に対して音波を用いた方法が研究されている。

音波を記述する量は位相速度と音響インピーダンスである。土壌の物理性の推定においてはこれらの音響パラメータを測定し、気相率や通気性などを導く必要がある。音響インピーダンスを測定するには、大気中にマイクにおいて土壌に向けて音をあて、直接到達音と反射音の干渉によって生じる音場を観測する。この観測を細長いパイプで行うと定在波法 (Yaniv, 1973; Chu, 1986)、自由大気中で行うと自由音場法 (Nocke et al., 1997) となる。自由音場法では、大気中の2地点に置いたマイクから得た音の強度の差 (レベル差) を音響パラメータとして扱うものが多く (例えば Hess et al., 1990)、レベル差法とよばれている。また、位相速度は、土壌中にマイクを埋めて大気中から音を当て透過音を測定することによって得られる (Sabatier et al., 1996)。

音響パラメータと土壌の物理性の関係に注目した研究について見てみると、繊維質材料に対して Delany and Bazley (1970) が得た経験則がある。この経験則では波数と音響インピーダンスの実部と虚部それぞれが流れ抵抗と周波数の比のべき乗で表されている。ここで流れ抵抗とは、圧力勾配と流速の比である。理論的なモデルでは、Attenborough (1983, 1985) が、円管内を伝わる音波の理論を基礎として、気相率、屈曲度、流れ抵抗、間隙の形状パラメータから波数および音響インピーダンスを表す式を導出した。レベル差のスペクトルに対する Attenborough (1983, 1985) のモデルの有効性が、Hess et al. (1990)、Sabatier et al. (1993) によって示されている。他にも、Stinson and Champoux (1992) が長方形や三角形の断面を持つチューブに屈曲度の概念を組み込んで導いたモデルなどがある。

以上のような測定法とモデルの研究成果を組み合わせ土壌の物理性を推定した研究では、Bolen and Bass (1981)、Embleton et al. (1983)、Martens et al. (1985) が、Delany and Bazley (1970) の経験則を土壌に適用したとき、流れ抵抗を過小評価することを指摘した。これに対し、Sabatier et al. (1990)、Moore and Attenborough (1992) は砂質、粘土質、シルト質土壌に対しレベル差と地中の透過音から Attenborough (1983, 1985) のモデルを用いて気相率を推定し、試料の密度試験から別途求めた気相率とよくあっていることを示し

<sup>1</sup>Graduate School of Agriculture, Kyoto University, Kitashirakawa Oiwake-cho, Sakyo Ward, Kyoto Prefecture, 606-8502, Japan. Corresponding author: 深田耕太郎, 京都大学農学研究科  
2011年8月12日受稿, 2011年11月22日受理  
土壌の物理性 119号, 39-52 (2011)

た. しかし, 通気性の推定値は通気試験によって別途求めた値の1/2~1/9程度になった. 他に通気性の推定に注目した研究はない. このことから通気係数の音響測定法に関する研究はまだ不十分だと考えられる.

気相の物理性に視点を置いている上記の研究に対して, 次に述べる研究は土壌水分に視点を置き, 水分が音響インピーダンスの空間的な変化をもたらすことで音響測定に影響を与えることを示している.

Dickinson and Doak (1970) は体積含水率0~10%の砂に定在波管を挿して音響インピーダンスを測定し水分によって流れ抵抗が増すことを確認した. Crammond and Don (1987) は体積含水率35%までの草地と裸地を対象に, 自由音場法を用いて同様の結果を得た. しかし彼らは, 体積含水率35%程度のとき土壌表面より1~2cm下で音波が反射して大気中へ戻ってくると述べている. これは土壌中に反射をもたらす音響インピーダンスの不連続面が存在することを意味している. Horoshenkov and Mohamed (2006), Mohamed and Horoshenkov (2009) は充填した砂試料を吸引板にのせ水分調整を行いながら, 定在波管による音響測定を行った. 実験結果に対して Horoshenkov and Mohamed (2006) は, ある水分量の不飽和砂質土は水で閉ざされた気相と大気に開かれ連続した気相が複雑に組み合わさった状態になっていて, それは音響インピーダンスが空間的にどこまでも一樣な媒質ではなく, 有効な厚みをもった層のように捉えられると述べている. この考察は, 音響測定で求まる気相率や通気係数が一樣とみなせる深さが存在することを意味する. しかし, このような気相の一樣性を特徴付けるスケールの値そのものや水分条件との関係などは明らかになっていない.

以上のような背景から本研究は主に二つの目的を設定した. 1つは音響測定法と土壌の音響モデルに関する過去の成果を組み合わせて音響インピーダンスから気相率と通気係数を推定する手法を提案し, その測定精度を明らかにすること, もう1つは, 気相の特徴的スケールを求め, 気相率との関係を明らかにすることである.

深田ら (2010) は, 音響測定によって連続空気量と通

気係数を推定できることを示したが, 測定方法は試料底部からの反射波が試料表面の音響インピーダンスに影響を与える場合にしか適用できない. 本研究では, 底部からの反射波が表面の音響インピーダンスに影響を与えないように試料を長くした. このとき, 試料内に反射波がない場合の音響インピーダンスと試料内のどこかで反射が生じるような場合の音響インピーダンスの2つの異なるものが得られる可能性があり, それぞれの場合を区別することで, 気相率と通気係数の推定について, そして, 反射地点の推定を通して気相の特徴的スケールについて検討することができる.

## 2. 土壌の音響理論

土壌の特性音響インピーダンス  $Z_b$  ( $\text{Pa s m}^{-1}$ ) と位相速度  $c_b$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) は,

$$Z_b = \frac{Z_a}{\sqrt{\gamma}} \left( \frac{Aq^2}{\Omega^2} + \frac{i\rho_w g}{\omega\rho_{a0}\Omega\kappa_a} \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$c_b = \frac{c_a}{\sqrt{\gamma}} \left( Bq^2 + \frac{i\rho_w g\Omega}{\omega\rho_{a0}\kappa_a} \right)^{-1/2} \quad (2)$$

で与えられる (Frederickson et al., 1996; 付録 A.1, A.3). ここで,  $Z_a$  は大気音響インピーダンス ( $413 \text{ Pa s m}^{-1}$ ),  $c_a$  は大気中の位相速度 ( $344 \text{ m s}^{-1}$ ),  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\gamma = 1.40$ ,  $A = 1.41 \sim 1.64$ ,  $B = 0.99 \sim 1.21$ ,  $\rho_{a0}$  は大気の密度 ( $1.2 \text{ kg m}^{-3}$ ),  $\rho_w$  は水の密度 ( $1000 \text{ kg m}^{-3}$ ),  $g$  は重力加速度 ( $9.8 \text{ m s}^{-2}$ ),  $q$  は屈曲度 (通気の経路長と試料の厚さの比,  $> 1$ , 無次元),  $\Omega$  は気相率,  $\kappa_a$  は通気係数 ( $\text{m s}^{-1}$ ),  $\omega$  は角周波数 ( $\text{rad s}^{-1}$ ) である.

$Z_b, c_b$  が空間的にどこまでも一樣として土壌をモデル化すると, 土壌表面で測定される音響インピーダンスは  $Z_b$  となる. このときの試料内の音波は Fig. 1a に示すように減衰して消えてゆく曲線で表現できる. これより音波が十分減衰する距離の指標として指数減衰距離  $d$  (m) を定義できる (付録 A.2).

$$d \equiv [2\text{Im}(k_b)]^{-1} \quad (3)$$

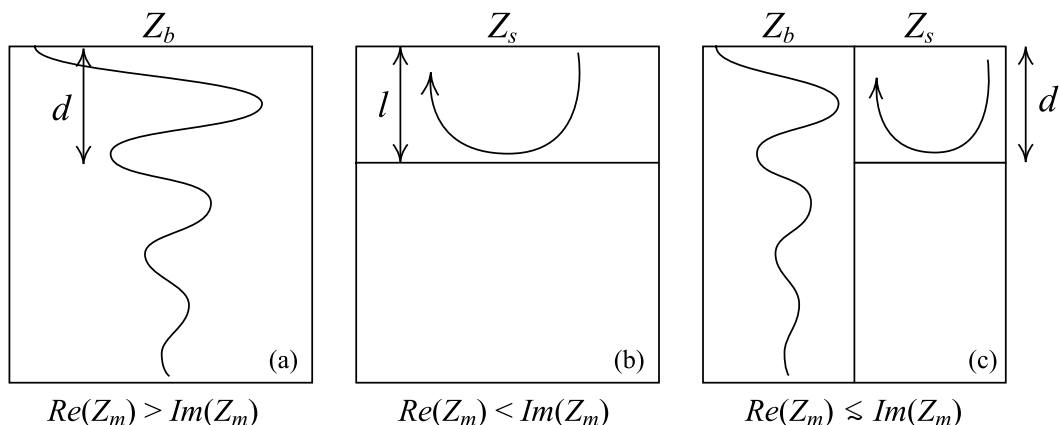


Fig. 1 音響インピーダンスのイメージ. a.  $Z_b$ , b.  $Z_s$ , c.  $Z_b$  と  $Z_s$  の混合モデル. Image of acoustic impedance. a.  $Z_b$ , b.  $Z_s$ , c. Mixed model of  $Z_b$  and  $Z_s$ .

ここで、 $Im(k_b)$  は土壌における波数  $k_b$  ( $m^{-1}$ ) の虚部である。指数減衰距離は音波の存在する深さであり、土壌表面における音響インピーダンスの測定値に影響を与えるおおよその範囲である。

$Z_b, c_b$  で表される媒質が長さ  $l$  (m) だけ続き、固定端で終端するモデルでは、土壌表面で測定される音響インピーダンス  $Z_s$  は

$$Z_s = \rho_w g \kappa_a^{-1} \frac{l}{3} + i \frac{p_0}{\omega \Omega l} \quad (4)$$

で与えられる(付録 A.2)。ここで  $p_0$  は大気圧 (101300 Pa) である。このときの試料内の音波の様子は、固定端で生じた反射音波が土壌表面に戻ってくるものとなる (Fig.1b)。

$Z_b$  では  $Re(Z_b) > Im(Z_b)$ ,  $Z_s$  には  $l < d$  のとき  $Re(Z_s) < Im(Z_s)$  の関係がある (付録 A.1, A.2)。ここで  $Re(\ )$  と  $Im(\ )$  は括弧内に示す複素数の実部と虚部である。そこで、測定した音響インピーダンス  $Z_m$  が  $Re(Z_m) > Im(Z_m)$  ならば  $Z_m = Z_b$ ,  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$  ならば  $Z_m = Z_s$  とみなした。

音響インピーダンスから気相率と通気係数を求めるために屈曲度の気相率依存性  $q^{-2}(\Omega)$  を与える必要がある。音響測定された流れの屈曲度と気相率にはべき乗の関係  $q^{-2} = \Omega^{1/2} \sim \Omega$  が認められる (Johnson and Sen, 1981; Johnson et al., 1982)。また Attenborough (1983, 1985) は  $q^{-2} = \Omega$  が音響インピーダンスのスペクトルをよく説明するとした。一方で  $q^{-2}(\Omega)$  が分かれば、 $\Omega q^{-2}(\Omega)$  が通気係数の気相率依存性となる (式 (27) など)。土壌物理学では全気相と連続気相を区別する点に注意し、既存の通気係数の推定式に注目すると、連続気相率のべき乗で表されるもの (Marshall, 1958; Millington and Quirk, 1961)、ある閾値と全気相率の差分のべき乗かそれを含む式で表されるもの (Brooks and Corey, 1966; Fischer et al., 1997) などがある。そのべき指数はおおよそ 1 ~ 3 程度であり、全気相率 vs. 通気係数の曲線は線形軸上で上に凸にはならないという点で意見は一致している。後者のモデルは経験的に全気相を用いて連続気相を評価しようとした結果と考えられるため、大雑把に言って  $\Omega q^{-2}(\Omega) = \Omega^{1-3}$ 、つまり  $q^{-2} = \Omega^{0-2}$  となり、音響学における推定式と同様の結果を得る。ガス拡散で用いられる屈曲度の気相率依存性に注目しても、ほとんどが全気相率あるいは連続気相率のべき乗で表され、べき指数は 0 ~ 2 程度である (Currie, 1960; 遅沢, 1998; Kristensen et al., 2010)。以上より本研究では、

$$q^{-2} = \Omega \quad (5)$$

が適当であると判断した。

$Z_b$  から  $\Omega \kappa_a$  を推定する式は式 (1) より、

$$\Omega \kappa_a = \frac{Z_a^2 \rho_w g}{\gamma \omega \rho_{a0}} Im^{-1}(Z_b^2)$$

$$= \frac{\rho_w g p_0}{\omega} Im^{-1}(Z_b^2) \quad (6)$$

で与えられる。さらに式 (1) と式 (5) を合わせると、 $Z_b$  から気相率  $\Omega$ 、通気係数  $\kappa_a$  を推定する式、

$$\Omega = \left[ A \frac{Z_a^2}{\gamma} Re^{-1}(Z_b^2) \right]^{1/3} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \kappa_a &= \frac{Z_a^2}{\gamma} \frac{1}{\Omega} \frac{\rho_w g}{\omega \rho_{a0}} Im^{-1}(Z_b^2) \\ &= A^{-1/3} \left( \frac{Z_a^2}{\gamma} \right)^{2/3} \frac{\rho_w g}{\omega \rho_{a0}} \frac{Re^{1/3}(Z_b^2)}{Im(Z_b^2)} \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。本研究では  $A = 1.5$  とした (付録 A.3)。 $Z_s$  の場合は  $l$  を導入したため  $\Omega$  や  $\kappa_a$  の推定式は得られないが、両者の積  $\Omega \kappa_a$  の推定式は式 (4) より、

$$\Omega \kappa_a = \frac{2 \rho_w g p_0}{3 \omega} Im^{-1}(Z_s^2) \quad (9)$$

となる。

### 3. 試料と方法

#### 3.1 試料

鳥取砂丘砂を含水比 2.5 ~ 14% の範囲において 0.5% の間隔で所定の含水比になるように水分調整した。内径 2.5cm、長さ 7.5cm の塩化ビニルパイプの底を閉じ、数回に分けて充填し、締め固め、最後に表面を均した。一回の水分調整につき 4 個の試料を作り、試料の総数は 84 個である。鳥取砂丘砂の粒径の約 90% は 0.2 ~ 0.4mm にある。また土粒子密度は 2640  $kg\ m^{-3}$  であった。試料の乾燥密度は 1620 ~ 1650  $kg\ m^{-3}$ 、空隙率は 37 ~ 38% となった。

#### 3.2 音響試験

Miller and Spiekermamn (1992a,b) の方法を参考にし、定在波管を用いた共鳴法により音響インピーダンスを測定した。測定システムは、上記の充填試料、定在波管 (内径 2.5cm、長さ 1m の塩化ビニルパイプで試料の容器と同じ材料)、定在波管と試料のコネクタ、スピーカー (Microspeaker 334495, Foster)、マイク (ECM-44B, Sony)、アンプ (KU-5EA-CA, エクレア)、パソコンから構成される (Fig. 2)。

はじめにパイプの一端を塩基板で閉じて基準状態を作り、スピーカーから 5 ~ 200Hz、1150 ~ 1350Hz の音を順次掃引してマイクで同時に録音し、共鳴曲線 (周波数と音圧の関係) を得た。このときパイプ内の音圧分布  $p(x,t)$  は次式で与えられる。

$$p(x,t) = D \frac{\cos \beta x}{\cos \beta L} e^{-i\omega t} \quad (10)$$

ここで  $D$  は定数 (Pa)、 $\beta$  は伝播定数 ( $m^{-1}$ ) とよばれ、波数  $k$  ( $m^{-1}$ ) と減衰定数  $a$  ( $m^{-1}$ ) よりなる複素量 ( $\beta = k + ia$ ) である。 $L$  はパイプの有効長さ (m)、 $x$  と  $t$  は

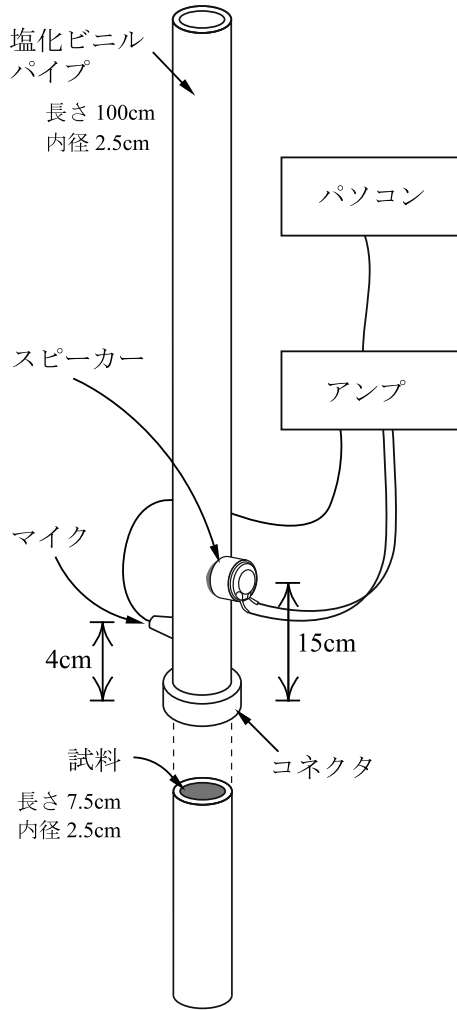


Fig. 2 音響測定装置。  
Acoustic measurement system.

試料表面からの距離 (m) と時間 (s) である。5 回測定し平均した共鳴曲線に  $|p^2(k)|$  がうまく当てはまるよう、曲線が最大となる周波数 (共鳴周波数) を中心に最大値の半分になるまでの範囲 (共鳴幅) に対して最小 2 乗法を適用し、 $D$ ,  $a$ ,  $L$  を決定した。このとき、 $x = 0.04\text{m}$  (マイクの位置) を与えた。

次にパイプを閉じていた塩ビ板をはずし、前節で述べた試料の上に Fig. 2 のようにパイプを載せた。このときパイプの断面と試料容器が接する部分に薄くグリースを塗って気密性を高めた。そして同様の操作によって共鳴曲線を得た。このときパイプ内の音圧分布は次式で与えられる。

$$p(x,t) = D \frac{iZ_m \cos \beta x - Z_a \sin \beta x}{iZ_m \cos \beta L - Z_a \sin \beta L} e^{-i\omega t} \quad (11)$$

ここで、 $Z_m$  は試料の音響インピーダンス ( $\text{Pa s m}^{-1}$ ) である。基準状態の測定から得た  $D$ ,  $a$ ,  $L$  を用いて、式 (11) より共鳴曲線  $|p^2(k)|$  を描き、5 回分の測定を平均した共鳴曲線に当てはめ  $Z_m$  を求めた。5 回分の共鳴曲線のばらつきは 0.1Hz より小さい。また 1 回の測定時間は約 5 秒である。

$|Z_m| \gg Z_a$  のとき式 (11) から近似式、

$$F - F_0 = c_a Z_a / (2\pi L Z_m) \quad (12)$$

を得る (深田ら, 2010)。ここで  $F$  は共鳴幅の半分を実部 (Hz), 共鳴周波数を虚部 (Hz) にもつ複素数,  $F_0$  は基準状態における  $F$  (実部虚部ともに Hz) である。これより  $F - F_0$  の測定誤差  $\Delta(F - F_0)$  と  $Z_m$  の推定誤差  $\Delta Z_m$  の間に、

$$|\Delta Z_m| / |Z_m| = |\Delta(F - F_0)| / |F - F_0| \quad (13)$$

が成り立つ。単純のために共鳴幅の情報を捨て、共鳴周波数のみに注目すると、上記より  $\Delta(F - F_0)$  は 0.1Hz 程度であり、これは  $F - F_0$  に強く依存しなかった。したがって  $|\Delta Z_m| / |Z_m|$  は  $F - F_0$  が小さいほど ( $Z_m$  が大きいほど) 大きくなる。例えば、長さ 2.5cm の乾燥試料では  $F - F_0 = 5\text{Hz}$  で、このとき  $|\Delta Z_m| / |Z_m| = 1/50$  となるが、飽和に近い試料で  $F - F_0 = 0.1\text{Hz}$  と観測された場合、 $|\Delta Z_m| / |Z_m| = 1$  となる。また式 (7) より、

$$|\Delta\Omega| / |\Omega| = |\Delta Re^2(Z_b)| / |3Re^2(Z_b)| \quad (14)$$

となり ( $\Delta\Omega$ ,  $\Delta Re^2(Z_b)$  はそれぞれ  $\Omega$ ,  $Re^2(Z_b)$  の推定誤差), 右辺は  $Re(Z_b) \approx Im(Z_b)$  のとき近似的に  $|\Delta Z_m| / |3Z_m|$  に等しいとおけるため、 $\Delta\Omega$  は最大で  $\Omega$  の 1/3 になる。同様の議論によって  $\Delta(\Omega\kappa_a)$  の最大値は  $2\Omega\kappa_a$  である。本研究では基準曲線から 0.1Hz のずれに相当する音響インピーダンス ( $2 \times 10^5 \text{ Pa s m}^{-1}$ ) を閾値とし、実部または虚部が閾値を越えたものは考察の対象から外した。したがって、以上の議論が大雑把であることを考慮しても、考察に用いた  $\Omega$  や  $\Omega\kappa_a$  の最小値付近において  $|\Delta\Omega| / |\Omega|$  や  $|\Delta(\Omega\kappa_a)| / |\Omega\kappa_a|$  が最大になると予想できる。

式 (1) や式 (22)~(29) における議論から、周波数をゼロに近づけると  $Z_b^2$  は純虚数に近づくことが分かる。このとき  $Z_b$  の実部と虚部が等しくなるため、推定できる土壌物理パラメータは 1 つ ( $\Omega\kappa_a$ ) しかない。 $\Omega$  を推定するためには、周波数を上げ、 $Z_b^2$  を純虚数からずらす必要がある。本研究では、今回用いた定在波管の最低モード (80Hz) から最高モード (約 3000Hz) までに存在する共鳴の中から、比較的左右対称でピークの鋭かった 80Hz と 1250Hz の共鳴を選んだ。例えば、乾燥した砂丘砂の値として通気係数  $\kappa_a = 3\text{cm s}^{-1}$ , 気相率  $\Omega = 40\%$  とし、Attenborough (1983) などより  $q^2$  の典型的な値として 2 (無次元) を与えると、80Hz の共鳴曲線を用いた場合、式 (1) より、 $\Omega$  の推定において  $Z_b$  の実部と虚部の差を各大きさの 1/100 程度で議論しなければならないが、1250Hz の共鳴曲線を用いた場合は 1/10 程度で議論できる。したがって 1250Hz は 80Hz よりも  $\Omega$  の推定に適していると考えられる。

### 3.3 通気試験

Grover (1955) の方法を用いて別途通気係数を測定した。音響試験後、試料に載せていた定在波管をはずし、土壌通気性測定器（大起理化工業）の通気チューブにつきなぎ換え、0.1～0.2Lの空気を約0.2～0.7（無次元）の圧力水頭勾配で30秒～30分程度かけて通気した。その後試料を炉乾燥して質量を測定した。

## 4. 結果と考察

### 4.1 音響インピーダンスの測定例

80Hz および 1250Hz 近傍の共鳴曲線の測定例と式(10), (11)を用いて計算したものをそれぞれ Fig. 3a,b に示す。測定した共鳴曲線と計算で描いたものは、ピーク付近で一致し、すその部分でずれている。これは共鳴幅の範囲のみで最小2乗法を用いたためである。若干のずれの原因としては、マイクやスピーカー固定用の穴の存在を考慮しなかったことが挙げられる。例で示した試料の音響インピーダンスは80Hzの場合、 $Z_m = 12600 + 11200i$  (Pa s m<sup>-1</sup>)、1250Hzの場合、 $Z_m = 4300 + 1770i$  (Pa s m<sup>-1</sup>) となった。このようにして各試料の音響インピーダンスを求めると、2つの周波数において音響インピーダンスの実部が虚部より大きい場合とその逆の場合が観測された。つまりそれぞれの大小によって4つの組み合わせがある。各ケースの測定例を2例ずつ Table 1 に示す。合わせて、実部と虚部の大小から  $Z_b$  か  $Z_s$  かを判断し、 $Z_b$  の場合は式(6)～(8)より  $\Omega$ ,  $\kappa_a$ ,  $\Omega\kappa_a$  を推定した結果、 $Z_s$  の場合は式(9)より  $\Omega\kappa_a$ , 式(4)と重量法の気相率より  $\kappa_a$  を推定した結果、および重量法の気相率、通気試験で求めた通気係数、それらの積の値も示している。閾値を超えた試料は3個あった。

### 4.2 気相率と通気係数の推定

$Re(Z_m) > Im(Z_m)$  を示した音響インピーダンスについて、 $Z_m = Z_b$  とみなし、 $\Omega\kappa_a$ ,  $\Omega$ ,  $\kappa_a$  を計算したものを Fig. 4a～f に示す。Fig. 4の横軸は重量法による気相率、通気試験による通気係数およびそれらの積であり、

以降これらを「従来法」とよぶ。Fig. 4aより80Hzにおける  $\Omega\kappa_a$  の推定値は従来法で求めた値とよく一致したことがわかる。1250Hzの場合は0.04cm s<sup>-1</sup>以下でばらつきが大きくなった (Fig. 4d)。Fig. 4bより80Hzにおける  $\Omega$  の推定値は平均的に15%程度過小評価し、従来法による気相率で20～24%付近は大きくばらついたが、従来法とある程度一致した推定値もある（全ての測定値に対して決定係数0.48）。Fig. 4eより1250Hzにおける  $\Omega$  の推定値は気相率の小さいものほど大きくばらつき、最大で15%程度の差が生じた（決定係数0.50）。 $\kappa_a$  の推定値は  $\Omega\kappa_a$  を  $\Omega$  で割ったものであるため、 $\Omega\kappa_a$  と  $\Omega$  の推定値の特徴を反映している (Fig. 4c,f)。

Fig. 4b,eに示した  $\Omega$  のばらつきは  $\Omega$  の大きさと同程度であり、3.2節で推定した共鳴法の精度より悪い。したがってこのばらつきは、重量法で同じ気相率であっても連続気相率が異なったためと考えられる。しかし、乾燥した砂丘砂では全気相率は連続気相率に等しい(深田ら, 2010) ため、重量法の気相率30～35%付近で見られる5%程度のばらつきが、実際の測定法の精度と考えられる。気相率の過小評価の一因として、測定時における共鳴曲線のずれが挙げられる(4.1節)。屈曲度の気相率依存性は  $\Omega\kappa_a$  の推定には必要ないが  $\Omega$  の推定には必要であるから、その影響は大きい。また、重量法の気相率20%以下では音響測定において無効となる封入空気の影響がある(深田ら, 2010)。

次に1250Hzにおいて  $\Omega\kappa_a = 0.05$  cm s<sup>-1</sup> 付近や  $\kappa_a = 0.2 \sim 0.5$  cm s<sup>-1</sup> 付近で推定値が従来法による値と10倍以上離れた要因について考察してみると、高周波数と小さな通気性の影響で音波の指数減衰距離が極端に短くなり、推定値が試料内の表層に存在した通気性のよい気相の影響を受けたことが要因として挙げられる。したがって従来法の結果に近い推定をするためにはある程度長い指数減衰距離が必要と推測できる。式(34)および角周波数  $\omega$  と周波数  $f$  の関係  $\omega = 2\pi f$  より、指数減衰距離が  $(\kappa_a/f)^{1/2}$  に比例することに注目し、Fig. 4fより  $\kappa_a = 1$  cm s<sup>-1</sup> のときはほぼ推定値と従来法の結果が一致し

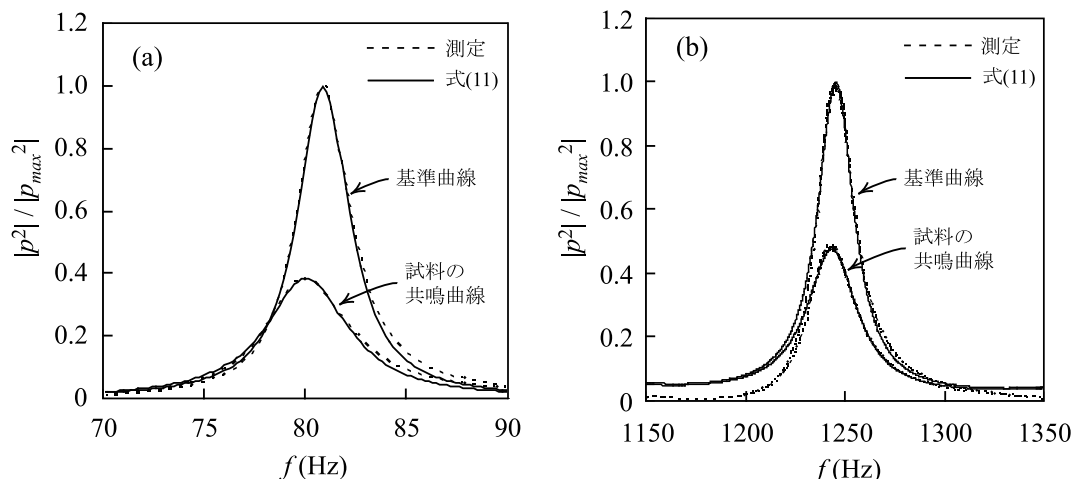


Fig. 3 共鳴曲線. a.  $\Omega = 30.7\%$ ,  $\kappa_a = 1.91$  cm s<sup>-1</sup>, 80Hz 付近. b.  $\Omega = 30.7\%$ ,  $\kappa_a = 1.91$  cm s<sup>-1</sup>, 1250Hz 付近.  
Resonance curve. a.  $\Omega = 30.7\%$ ,  $\kappa_a = 1.91$  cm s<sup>-1</sup>, around 80Hz. b.  $\Omega = 30.7\%$ ,  $\kappa_a = 1.91$  cm s<sup>-1</sup>, around 1250Hz.

**Table 1** 音響インピーダンス測定値, 従来法による気相率と通気係数, 音響測定による気相率と通気係数の推定値の例.  
Measurement examples of acoustic impedance, volumetric air content and air conductivity obtained by traditional measurement and acoustic measurement.

試料 No.	従来法				音響 (80Hz)				音響 (1250Hz)			
	$\Omega$ %	$\kappa_a$ cm s <sup>-1</sup>	$\Omega\kappa_a$ cm s <sup>-1</sup>	$Z_m$ Pa s m <sup>-1</sup>	$Z_b$ と $Z_s$ の区別	$\Omega$ (式7) %	$\kappa_a$ cm s <sup>-1</sup>	$Z_m$ Pa s m <sup>-1</sup>	$Z_b$ と $Z_s$ の区別	$\Omega$ (式7) %	$\kappa_a$ (式8) cm s <sup>-1</sup>	$\Omega\kappa_a$ (式6) cm s <sup>-1</sup>
1	19.2	0.26	0.05	43800 + 37600 i	$Z_b$	7.8	0.71	14600 + 1560 i	$Z_b$	10.4	2.61	0.27
2	34.3	2.47	0.85	9930 + 9050 i	$Z_b$	24.2	4.18	2940 + 2040 i	$Z_b$	37.5	2.75	1.03
3	19.6	0.08	0.02	81800 + 98700 i	$Z_s$	-	0.04	29200 + 11100 i	$Z_b$	6.9	0.28	0.02
4	21.9	0.16	0.03	44100 + 53600 i	$Z_s$	-	0.12	19800 + 10400 i	$Z_b$	9.4	0.32	0.03
5	17.3	0.15	0.03	63300 + 46600 i	$Z_b$	5.1	0.61	13800 + 15900 i	$Z_s$	-	-	-
6	23.5	0.47	0.11	57600 + 32600 i	$Z_b$	4.7	1.03	9360 + 16600 i	$Z_s$	-	-	-
7	16.1	0.09	0.01	106000 + 123000 i	$Z_s$	-	0.03	17000 + 24700 i	$Z_s$	-	-	-
8	18.8	0.17	0.03	46800 + 51200 i	$Z_s$	-	0.14	10400 + 14500 i	$Z_s$	-	-	-

ていることから, (1cm s<sup>-1</sup> / 1250 Hz)<sup>1/2</sup> 程度が必要な指数減衰距離を与えるとすると, この指数減衰距離は  $\Omega = 25\%$  で約 0.5cm となる. この推測を 80Hz の場合に適用してみると, 80Hz のときは 80/1250 = 0.07cm s<sup>-1</sup> 程度まで  $\kappa_a$  を推定できる計算になり, 実際 Fig. 4c はその可能性を示している. つまり低い周波数ほど小さな通気係数を推定できるということである.

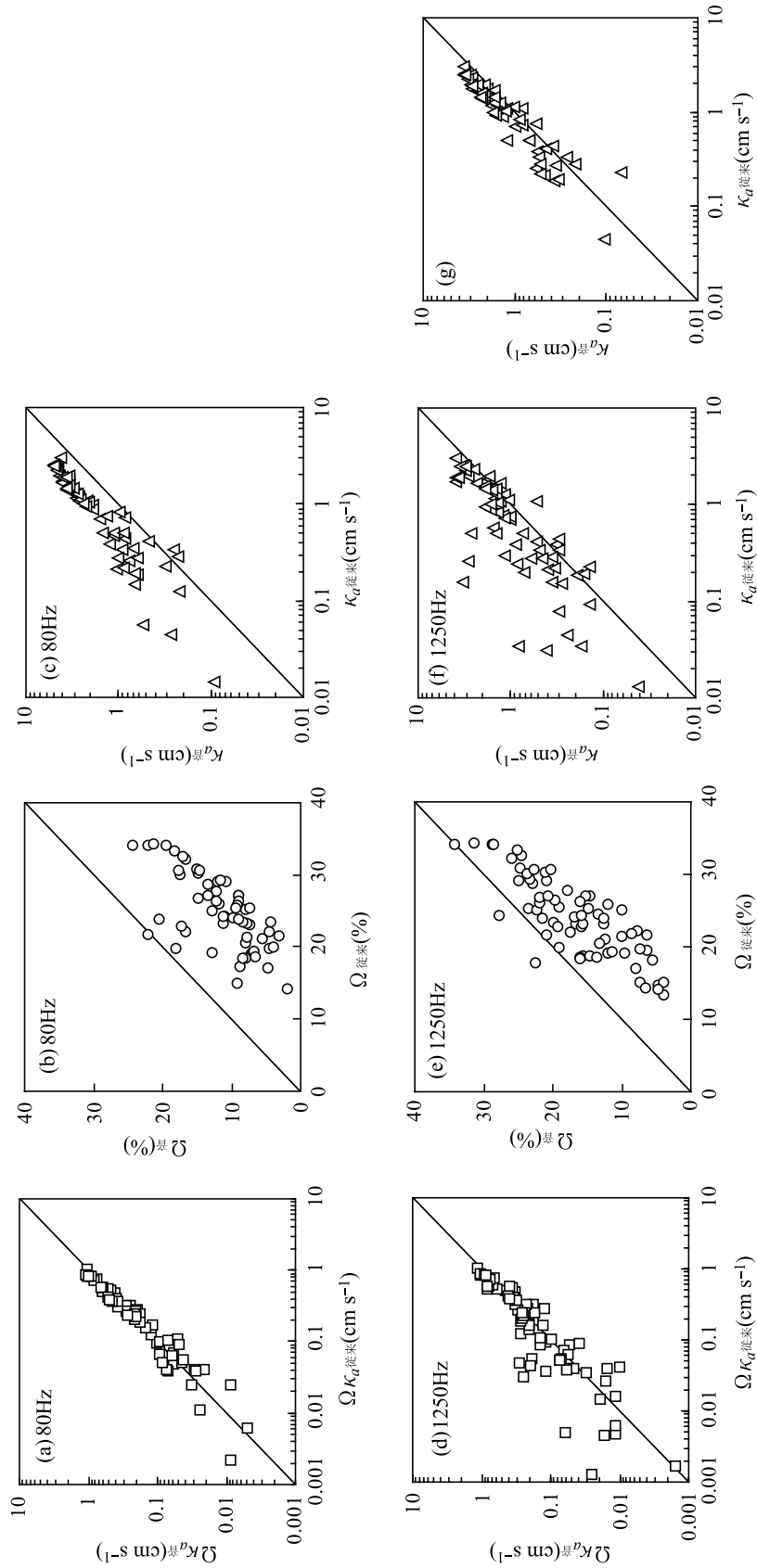
Fig. 4b において気相率が 20 ~ 24% 付近で比較的良好一致した結果は, 式 (7) より,  $Re(Z_b^2)$  が他のものより小さく評価されたためであることが分かる.  $Re(Z_b^2) = [Re^2(Z_b) - Im^2(Z_b)] = [Re(Z_b) + Im(Z_b)] \times [Re(Z_b) - Im(Z_b)]$  より, これは  $Z_b$  の実部と虚部の差が小さかったことを意味している. 実部と虚部の差を小さくするものとして反射波の影響があることから, 測定された音響インピーダンスは  $Re(Z_m) > Im(Z_m)$  より  $Z_b$  に分類したが, 実際には  $Z_b$  と  $Z_s$  の混合と考えられる. 従来法の結果に近かった推定値から 5 つを選び, 次節でさらに考察する.

$\Omega\kappa_a$  の推定は 80Hz の方のばらつきが小さく,  $\Omega$  の推定は 1250Hz の方が従来法の結果に近い. そこで 80Hz で求めた  $\Omega\kappa_a$  を 1250Hz で求めた  $\Omega$  で割って得られた  $\kappa_a$  の推定値を Fig. 4g に示す. 推定は主に 0.2 ~ 3cm s<sup>-1</sup> の範囲に対して 3 倍も変わらない程度である. Fig. 4c.f.g における従来法と共鳴法のずれを評価するために  $\kappa_{a音} / \kappa_{a従来} > 1$  の試料に対して  $\kappa_{a音} / \kappa_{a従来}$  の平均を求めると, Fig. 4c.f.g それぞれ 2.6, 4.1, 1.5 となり, Fig. 4g における従来法と共鳴法のずれは Fig. 4c.f に比べて小さい. 二種類の周波数を用いることが従来法に近い通気係数の推定値を得るための一般的な方法かどうかは明らかでないが, 気相率の推定精度を上げることによって通気係数の推定精度を向上させることができることが分かる. 例えばフルートのように金属の共鳴筒を用いて鋭い共鳴を得ることや, 高周波数における音響インピーダンスを複数個利用することなどは気相率の推定精度の向上につながると考えられる. また, 屈曲度の気相率依存性を正確に把握することは, 音響インピーダンスから気相率を推定するために必要である.

### 4.3 気相の特徴的スケール

今回調べた気相率の範囲を 4 つに分け, それぞれの範囲における試料数に対して  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$ , つまり試料内部で反射波が生じた試料の個数と割合を Table 2 にまとめた. 気相率が高くなると反射波の影響を示す試料は少なくなる. また, 80Hz の方が反射波の影響を示す試料が多いが, これは 80Hz の指数減衰距離が長いためである. Table 2 は反射波の影響を示す試料がある確率で現れることを示している. 試料を充填したときに試料の内部で水分が気相の連続性を絶ち, それによる音響インピーダンスの変化が反射波をもたらしたと考えられる.

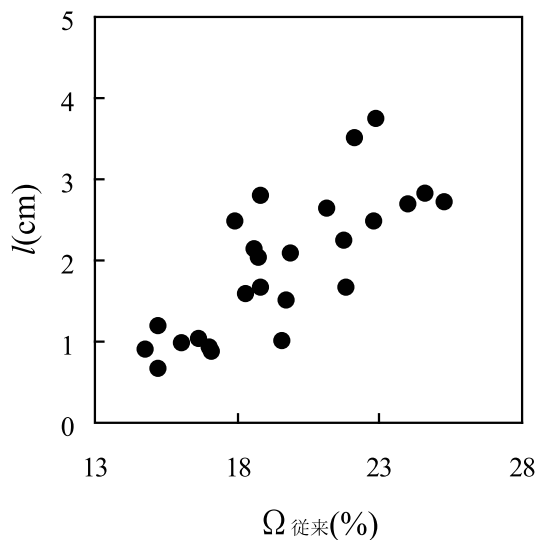
80Hz で  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$  を示した結果 (20 個) に前述の  $Z_m$  の実部と虚部の差が小さかった 5 つの試料の結果を合わせた計 25 個について,  $Z_m = Z_s$  とみなし, 式 (4) を用いて音響インピーダンスの虚部から  $\Omega l$  を



**Fig. 4**  $Re(Z_m) > Im(Z_m)$  の音響インピーダンスから計算した試料の気相率  $\Omega$ 、通気係数  $\kappa_a$ 、およびその積  $\Omega \kappa_a$  の推定値と従来法との比較。a.  $\Omega \kappa_a$  の推定値 (80Hz), b.  $\Omega$  の推定値 (80Hz), c.  $\kappa_a$  の推定値 (80Hz), d.  $\Omega \kappa_a$  の推定値 (1250Hz), e.  $\Omega$  の推定値 (1250Hz), f.  $\kappa_a$  の推定値 (1250Hz), g.  $\kappa_a$  の推定値 (a と e の結果より)。  
 Comparisons of volumetric air content  $\Omega$ , air conductivity  $\kappa_a$  and those product  $\Omega \kappa_a$  obtained from the acoustic impedance in the case of  $Re(Z_m) > Im(Z_m)$  and those obtained by the traditional method. a. Estimates of  $\Omega \kappa_a$  (80Hz), b. Estimates of  $\Omega$  (80Hz), c. Estimates of  $\kappa_a$  (80Hz), d. Estimates of  $\Omega \kappa_a$  (1250Hz), e. Estimates of  $\Omega$  (1250Hz), f. Estimates of  $\kappa_a$  (1250Hz), g. Estimates of  $\kappa_a$  (from a and e).

**Table 2**  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$  を示した試料の個数とその割合.  
Number and proportion of samples showing  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$ .

気相率 %	サンプル数 総数 個	$Re(Z_m) < Im(Z_m)$ (80Hz)		$Re(Z_m) < Im(Z_m)$ (1250Hz)	
		個	%	個	%
13.4-18.3	13	9	69	3	23
18.5-23.5	32	9	28	4	13
24.0-28.8	21	2	10	0	0
29.1-34.5	15	0	0	0	0
合計	81	20		7	



**Fig. 5** 試料の気相の特徴的スケール  $l$  と従来法による気相率  $\Omega$  の関係.

Relationship between characteristic scale of air phase  $l$  and volumetric air content  $\Omega$  obtained by the traditional method.

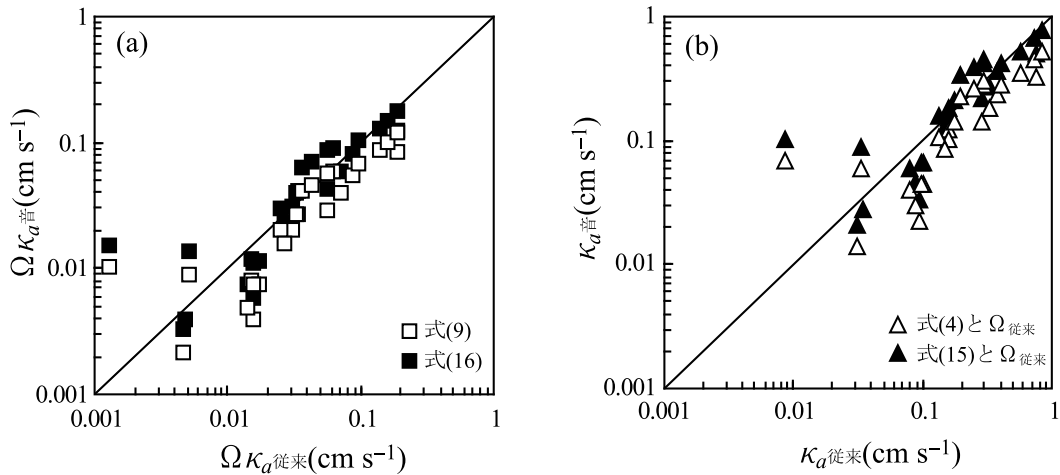
計算し、重量法の気相率で割ったものを Fig. 5 に示す。 $l$  は 0.6 ~ 3.7 cm の間にばらつき、気相率に対しておおそ比例した。重量法の気相率が 10% 程度のとき  $l=0$  となる傾向は連続気相率がゼロとなる傾向（深田ら、2010）と一致していることから、気相の連続性が切れて反射波が生じた様子がうかがえる。また気相率に対する  $l$  の増加傾向は、気相率の増加によって指数減衰距離が伸び、かつ音響インピーダンスの空間的な一様性が増すことで音波が深い範囲の反射地点に応答できるようになったことを示している。前段落の確率の議論とあわせて、気相率が小さいとき反射地点が数多く密に存在する状態から気相率の増加とともに数少なくまばらになる、つまり  $Z_s$  から  $Z_b$  に近づくイメージを描くことができる。

Fig. 6a,b の□と△は式(9)から推定した  $\Omega\kappa_a$  と、式(4)と前述の  $l$  から計算した  $\kappa_a$  を示したものである。一部を除いてどちらの値も従来法に比べて小さめである。こ

こでもし音響インピーダンスを  $Z_s$  ではなく  $Z_b$  とみなして  $\Omega\kappa_a$  を計算すると式(9)ではなく式(6)を用いると、二つの推定式は係数が 2/3 だけ異なるため、式(6)による推定値は式(9)による推定値の 3/2 倍になり通気試験の結果に近づくものが増えるはずである。つまり  $\Omega\kappa_a$  を推定するという点では  $Z_b$  とみなすほうがよい。試料の内部では気相の連続性が途切れることで局所的に反射波が生じ音響インピーダンスに影響を与える。つまり  $Z_b$  に  $Z_s$  が混ざったような状態と考えられる。そして反射地点までの距離として求めた  $l$  は気相率や通気係数がおおよそ一様とみなせる平均的なスケールを表していると考えられる。そこで、混合状態の単純な表現として平均、つまり試料表面の半分が  $Z_b$ 、残り半分が  $Z_s$  となる状況 (Fig. 1c) を考え、平均から導出した  $\Omega\kappa_a$  の推定式と  $Z_b$  や  $Z_s$  の場合の推定式 (式(6)と(9)) との比較を行う。その際、比較を容易にするために、以下のようにして、式(4)で表した  $Z_s$  の式を用いて  $Z_b$  を表すことを試みた。式(35)とその近似式(4)を用いて  $Z_s$  を十分長い  $l$  まで表すと分かるように (Fig. 7)、 $Z_s$  の実部と虚部は  $l=0$  付近においてそれぞれ  $l$  に比例、反比例し、式(4)によって近似できるが、 $l$  の増加にともない近似からずれて  $Z_b$  の実部と虚部に漸近する。式(4)による二つの曲線が交差する、つまり  $Re(Z_s) = Im(Z_s)$  となる  $l$  は、式(4)と(34)より  $\sqrt{6}d$  である ( $d$  は指数減衰距離)。Fig. 7 より、 $Re(Z_b)$  を近似的に表す方法として、式(4)の実部を、 $\sqrt{6}d$  より少し大きい  $l$ 、例えば  $3d$  によって評価するという方法が考えられる。 $Im(Z_b)$  は逆に、 $\sqrt{6}d$  より少し小さい  $l$ 、例えば  $2d$  における  $Im(Z_s)$  で近似できる。つまり  $Z_b \cong Re[Z_s(l=3d)] + i Im[Z_s(l=2d)]$  である。そこで、反射の影響を表す典型的な音響インピーダンスとして  $Z_s(l=d)$  を選び、上式の  $Z_b$  との平均をとると、式(4)より、

$$\begin{aligned}
 Z'_s &\cong \frac{1}{2} \left[ \rho_w g \kappa_a^{-1} \frac{d}{3} + i \frac{p_0}{\omega \Omega d} \right] + \frac{1}{2} \left[ \rho_w g \kappa_a^{-1} \frac{3d}{3} + i \frac{p_0}{2\omega \Omega d} \right] \\
 &= \rho_w g \kappa_a^{-1} \frac{2d}{3} + i \frac{p_0}{\omega \Omega} \frac{3}{4d} \quad (15)
 \end{aligned}$$





**Fig. 6** 80Hzにおいて反射波が存在する場合における  $Z_s$  からの推定値と混合モデルを用いた推定値. a. 気相率と通気係数の積  $\Omega\kappa_a$ . b. 通気係数  $\kappa_a$ .  
 Estimates obtained employing  $Z_s$  and mixed model when sound reflected in the sample. a. Product of volumetric air content and air conductivity  $\Omega\kappa_a$ . b. Air conductivity  $\kappa_a$ .

となる.  $Re(Z_s) < Im(Z_s)$  の影響によって  $Re(Z_s') < Im(Z_s')$  となるため, 式(15)は  $Re(Z_m) < Im(Z_m)$  の結果に適用できる. さらに, 式(15)から求めた  $\Omega\kappa_a$  の推定式は,

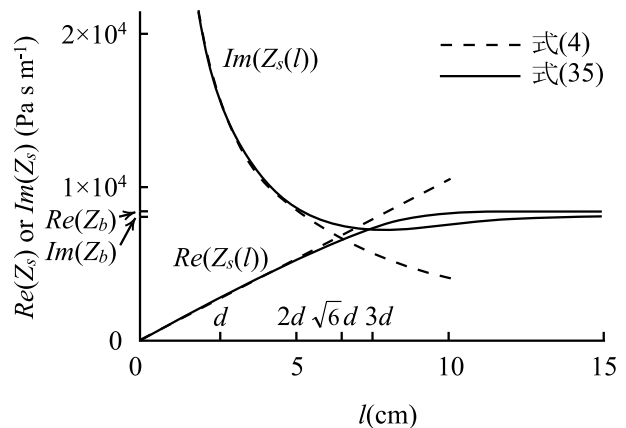
$$\Omega\kappa_a = \frac{\rho_w g p_0}{\omega} Im^{-1}(Z_s'^2) \quad (16)$$

となり,  $Z_b$  から求めた式(6)と同じものを得る. 式(16), (15)を用いた  $\Omega\kappa_a$  と  $\kappa_a$  の推定値 (Fig. 6a,bの■と▲)は単純に  $Z_s$  とみなした場合の推定値 (□と△)より大きく, 多くが従来法による結果に近い. これは, これらの試料が Fig. 1b のようにある深さに反射面をもつわけではなく, Fig. 1c のように試料内の一部に反射地点を持つ, つまり混合モデルの妥当性を示していると考えられる.

吸水や排水によって水分調整することで, あらかじめ水分調整したものを充填した今回の試料とは異なる気相の連続性をもつ試料を作れる可能性があるため, そのような試料を音響測定することで反射波の生じる確率や  $l$  の意味がより明確になると考えられる.

### 5. まとめ

本研究では音響インピーダンスから気相率と通気係数を推定する手法を提案し, その測定精度を明らかにすること, そして, 気相の一様性を特徴づけるスケールを求め, 気相率との関係を明らかにすることを目的とした. これまでの土壌の音響理論に気相率と屈曲度の関係を組み合わせ, 音響インピーダンスの測定から気相率と通気係数を得られるようにした. 結果, 気相率の推定誤差は14~34%の範囲において最大15%程度(1250Hzの場合), 通気係数の推定誤差は0.2~3  $\text{cm s}^{-1}$  の範囲において最大3倍程度であることが分かった. この方法を通して, 試料全体にわたって音響インピーダンスを均一とみ



**Fig. 7** 式(4)と式(35)による表面音響インピーダンス  $Z_s$ , 特性音響インピーダンス  $Z_b$ , 反射地点  $l$ , 指数減衰距離  $d$  の関係 (気相率  $\Omega=40\%$ , 通気係数  $\kappa_a=3\text{cm s}^{-1}$ , 周波数  $f=100\text{Hz}$  の場合).

Relationship between surface acoustic impedance  $Z_s$ , characteristic acoustic impedance  $Z_b$ , reflection point  $l$ , and exponential decay length  $d$  in the case of volumetric air content  $\Omega=40\%$ , air conductivity  $\kappa_a=3\text{cm s}^{-1}$ , and frequency  $f=100\text{Hz}$  using equations (4) and (35).

なせない確率は気相率が高いほど小さく, 80Hzにおいて気相率16%付近で6割以上, 気相率30%付近ではほぼゼロであり, そのような気相の特徴的スケールは0.6~3.7cmであり, おおよそ気相率に比例することが明らかとなった.

気相率と通気係数の測定法に関しては, 気相率, 屈曲度, 通気係数をパラメータとする特性音響インピーダンスと, それがある深さで無限大の音響インピーダンスに接続した場合に得られる表面音響インピーダンスを利用できる. 音響インピーダンスの測定値は複素数となり, 実部が虚部より大きい場合, 屈曲度と気相率の関係を仮定することで, 特性音響インピーダンスから気相率と通気係数を推定できる. 逆に虚部が実部より大きい場合は気相率や通気係数を単独で推定できないが両者の積は表

面音響インピーダンスから推定できる。そのとき試料内部の反射波の影響が認められることを利用し、従来法による気相率の測定と組みあわせることで、気相の特徴的スケールを求めることができる。後者の計算では屈曲度と気相率の関係は必要ない。

### 謝辞

本研究は、鳥取大学乾燥地研究センター共同利用研究(自由研究)に基づき実施され、同センターの井上光弘教授のご協力を得た。また、岐阜大学の西津貴久准教授には音響測定装置の作成に関して貴重なアドバイスをいただき、パソコンを用いた録音、音データの解析のために自作のソフトをご提供いただいた。ここに記して感謝いたします。

### 付録式(1),(2),(4)の導出

#### A.1 土壌の特性音響インピーダンス $Z_b$

土壌の固相、封入空気を含む液相を剛体のフレームとみなし、音の伝播は連続気相のみに生じると仮定する。実際には入射音波によって土壌を構成する固体と流体の両方が振動するが、この単純化の妥当性は Sabatier et al. (1986), Attenborough et al. (1986), Sabatier (1993) によって示されている。Hickey and Sabatier (1997) は固相と気相の振動を観測し、気相の振動が支配的な領域は地表より下 15cm 内であることを示した。この程度の範囲において音響インピーダンスと位相速度は実質上、連続気相の物理性で決まる。

一般的な特性インピーダンスとは波の復元力パラメータ  $T_0$  (Pa) と慣性パラメータ  $\rho_0$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) の組み合わせ、

$$Z = \sqrt{\rho_0 T_0} \quad (17)$$

で表される量 ( $\text{Pa s m}^{-1}$ ) である。音波において復元力パラメータは体積  $V$  ( $\text{m}^3$ ) に対する圧力  $p$  (Pa) の変化の割合、

$$T_0 = -V_0 \left( \frac{dp}{dV} \right)_0 \quad (18)$$

で表される。添え字の 0 は平衡点での値であることを示す。大気中の音波の場合は断熱気体の法則  $pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$  より、

$$V_0 \left( \frac{dp}{dV} \right)_0 = -\gamma p_0 \quad (19)$$

ここで、 $\gamma$  は定圧比熱と定積比熱の比で値は 1.4 (無次元)、 $p_0$  は大気圧 (101300 Pa) である。慣性パラメータとして大気の平衡時の密度  $\rho_{a0}$  ( $1.2 \text{ kg m}^{-3}$ ) を与えると大気特性音響インピーダンス  $Z_a$  ( $\text{Pa s m}^{-1}$ ) は式(17)~(19)より、

$$Z_a = \sqrt{\gamma p_0 \rho_{a0}} \quad (20)$$

となる。値は  $413 \text{ Pa s m}^{-1}$  である。

土壌中の音波の場合は、伝熱および粘性の影響を考慮し、さらに気相率と屈曲度を用いて気相で起きている現象を固液相を含めた全体(バルク)の視点で記述する。

伝熱の影響とは、気相の圧縮膨張にともなう生じる熱が固液相に伝わるため、気相は一定温度に保たれると考えることである。そのためバルクの復元力  $T_{b0}$  はボイルの法則より得られる。

$$T_{b0} = -V_{b0} \left( \frac{dp}{dV} \right)_0 = \frac{p_0}{\Omega} \quad (21)$$

ここで、平衡点での気相体積  $V_0$  ( $\text{m}^3$ ) が、試料のバルク体積  $V_{b0}$  ( $\text{m}^3$ ) と気相率  $\Omega$  の積であることを利用した。

次に粘性の影響とは、振動速度に比例した抵抗力を考慮することである。運動方程式より、

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{q^2}{\Omega} \left( \rho_{a0} \frac{\partial v}{\partial t} + R_x v \right) \quad (22)$$

$q$  は屈曲度で通気の経路長と試料の厚さの比 ( $> 1$ , 無次元) である。また、 $v$  は振動速度 ( $\text{m s}^{-1}$ )、 $R_x$  は流れ抵抗 ( $\text{Pa s m}^{-2}$ )、 $x$  と  $t$  は位置 (m) と時間 (s) である。ここで、 $x$  軸上で見たとき試料内部の通気経路が試料の厚さに比べて  $q$  倍だけ長く、速度  $v$  が  $q/\Omega$  倍だけ大きくなるため、因子  $q^2/\Omega$  が現れている。次に、振動の時間依存性を角周波数  $\omega$  を用いて  $e^{-i\omega t}$  と表すと式(22)は、

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = -i\omega \rho_{b0} v \quad (23)$$

となる。ここで  $i$  は虚数単位、 $\rho_{b0}$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) は、

$$\rho_{b0} = \frac{q^2}{\Omega} \left( \rho_{a0} - \frac{R_x}{i\omega} \right) \quad (24)$$

で表される量である。式(17)、(21)、(24)より土壌の特性音響インピーダンスは、

$$Z_b = \left[ \frac{p_0}{\Omega} \frac{q^2}{\Omega} \left( \rho_{a0} - \frac{R_x}{i\omega} \right) \right]^{1/2} \\ = \frac{Z_a}{\sqrt{\gamma}} \frac{q}{\Omega} \left( 1 + \frac{iR_x}{\omega \rho_{a0}} \right)^{1/2} \quad (25)$$

となる。式中の複素数  $1 + iR_x/(\omega \rho_{a0})$  は第一象限にあり、その平方根の偏角は  $45^\circ$  より小さくなるため、 $Re(Z_b) > Im(Z_b)$  である。

式(19)において  $\omega \rightarrow 0$  の極限をとると、

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{q^2}{\Omega} R_x v \quad (26)$$

となり、ダルシーの法則を得る。単位水頭勾配におけるフラックス（通気係数） $\kappa_a$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) はこれより、

$$\rho_w g \kappa_a^{-1} = \frac{q^2}{\Omega} R_x \quad (27)$$

で与えられる。

ここで、 $\rho_w$  は水の密度 ( $\text{kg m}^{-3}$ )、 $g$  は重力加速度 ( $\text{m s}^{-2}$ ) である。位相速度  $c$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) は次式で与えられる。

$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\rho_0}} \quad (28)$$

前述と同様の議論により、大気中の音波においてこれは、

$$c_a = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{a0}}} \quad (29)$$

となる。値は  $344 \text{m s}^{-1}$  である。土壌中では式 (21)、(24) より、

$$c_b = \left[ \frac{\frac{p_0}{\Omega}}{\frac{q^2}{\Omega} \left( \rho_{a0} - \frac{R_x}{i\omega} \right)} \right]^{1/2} \\ = \frac{1}{q} \frac{c_a}{\sqrt{\gamma}} \left( 1 + \frac{iR_x}{\omega \rho_{a0}} \right)^{-1/2} \quad (30)$$

となる。また角波数  $k_b$  ( $\text{m}^{-1}$ ) は、

$$k_b = \frac{\omega}{c_b} = q \frac{\omega \sqrt{\gamma}}{c_a} \left( 1 + \frac{iR_x}{\omega \rho_{a0}} \right)^{1/2} \quad (31)$$

で与えられる。

ある通気係数と周波数の組み合わせにおいて、 $R_x \gg \omega \rho_{a0}$  が成り立つ場合、式 (25)、(31) によれば、 $Z_b^2$ 、 $k_b^2$  は事実上純虚数である。 $i$  の平方根が  $2^{-1/2} (1+i)$  であることを用いると、

$$Z_b \cong \frac{Z_a}{\sqrt{\gamma}} \frac{q}{\Omega} \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R_x}{\omega \rho_{a0}}} \quad (32)$$

$$k_b \cong q \frac{\omega \sqrt{\gamma}}{c_a} \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R_x}{\omega \rho_{a0}}} \quad (33)$$

が得られる。

平面波の強度は複素振幅の絶対値の2乗に比例するから、それは距離とともに  $\exp[-2 \text{Im}(k_b) x]$  の因子で減衰する（例えば Crawford, 1973）。ここで、 $\text{Im}(k_b)$  ( $\text{m}^{-1}$ ) は  $k_b$  の虚部である。強度が  $e^{-1}$  だけ減衰する距離  $d \equiv [2 \text{Im}(k_b)]^{-1}$  は式 (33) によって、

$$d \cong \left[ 2q \frac{\omega \sqrt{\gamma}}{c_a} \left( \frac{R_x}{2\omega \rho_{a0}} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

$$= \left[ \frac{2\omega \gamma \Omega \rho_w g}{\rho_{a0} c_a^2 \kappa_a} \right]^{-1/2} \quad (34)$$

で与えられる。例えば、 $\kappa_a = 3 \text{cm s}^{-1}$ 、 $\Omega = 40\%$ 、 $f = 100 \text{Hz}$  を与えると  $d = 2.5 \text{cm}$  となる。すなわち、試料の表面から  $2.5 \text{cm}$  進行した時点で音波の強度は  $37\%$  まで減衰する。同じ通気係数で周波数を  $1000 \text{Hz}$  に上げると、指数減衰距離は  $0.8 \text{cm}$  まで縮む。

### A. 2 表面音響インピーダンス $Z_s$

音波が十分減衰する前に固定端にぶつかり、発生した反射波が共鳴筒内に戻ってきた場合に測定される音響インピーダンスは表面音響インピーダンスとよばれ、

$$Z_s = Z_b \coth(-ik_b l) \quad (35)$$

によって与えられる (Meyer and Neumann, 1972; Beranek, 1942; Attenborough, 1985)。ここで  $l$  ( $\text{m}$ ) は表面から反射地点までの距離である。 $\coth$  の変数が  $1$  に比べて小さいときはさらに次の近似が有効である。

$$Z_s \cong Z_b (1/(-ik_b l) + (-ik_b l)/3) \quad (36)$$

式 (25)、(31) を代入し整理して、

$$Z_s \cong \frac{q^2}{\Omega} R_x \frac{l}{3} + i \left( \frac{p_0}{\omega \Omega l} - \frac{q^2 \rho_{a0}}{\Omega} \omega \frac{l}{3} \right) \quad (37)$$

を得る。 $l$  が小さくなるほど虚部が大きくなるため、 $Z_s$  には  $\text{Re}(Z_s) < \text{Im}(Z_s)$  の特徴がある。

周波数  $f = 100 \text{Hz}$ 、 $l \equiv d = 2.5 \text{cm}$  のときは、式 (37) の虚部の第1項が第2項の  $400$  倍程度になる。そこで虚部第2項を捨て、式 (27) を代入して、

$$Z_s \cong \rho_w g \kappa_a^{-1} \frac{l}{3} + i \frac{p_0}{\omega \Omega l} \quad (38)$$

を得る (2章の式 (4))。  $f = 1000 \text{Hz}$  のときは第2項を捨てられない。反射波の影響を観測するためには、音波が減衰し消えてしまうまでに反射して表面に戻る必要があるから、 $l$  は  $d$  と同程度か  $d$  より小さくしなければならない。底を閉じた十分短い試料を用いることで気相率に関係なく式 (38) を使えるようにしたのが深田ら (2010) の研究である。それに対し本研究では十分長い試料を用いることで式 (25) を使うことを意図している。式 (35) と (38) に  $\kappa_a = 3 \text{cm s}^{-1}$ 、 $\Omega = 40\%$ 、 $f = 100 \text{Hz}$  を与え、 $Z_s$  を  $l$  の関数で表したものを Fig. 7 に示す。

### A. 3 厳密解を考慮した $Z_b$ の修正

上記の  $k_b$ 、 $Z_b$  は次の2点を仮定しているため近似式となっている。一つ目に、復元力が断熱的か等温的かは周波数によるがここでは等温的としている。次に、間隙内の速度分布を考えていない。ある間隙の形状に対し、

正確な速度分布とその周波数依存性を求めることで、 $\rho_0$ 、 $T_0$ の厳密な周波数依存性を求めることができる。正確な解が得られている間隙断面には、円 (Zwikker and Kosten, 1949)、長方形、三角形 (Stinson and Champoux, 1992) などがある。また、任意の形状への拡張 (Attenborough, 1983) や間隙径が対数正規分布数する場合に必要な補正関数の導入 (Horoshenkov et al., 1998; Horoshenkov and Swift, 2001) なども検討されている。

例えば、円管内の音波を特徴づける慣性パラメータ  $\rho_0$  は、

$$\rho_0 = \rho_{a0} \left[ 1 - \frac{2}{y} \frac{J_1(y)}{J_0(y)} \right]^{-1} \quad (39)$$

で与えられ (Zwikker and Kosten, 1949)、この中の変数  $y$  (無次元) は、

$$y = \sqrt{\frac{-i\omega\rho_{a0}}{\mu}} r \quad (40)$$

で与えられる。ここで、 $r$  は円管の半径 (m)、 $\mu$  は粘性係数 ( $18.2 \times 10^{-6}$  Pa s)、 $J_0$  と  $J_1$  はそれぞれ 0 次、1 次の第 1 種ベッセル関数である。そして  $|y| \ll 1$  (低周波数) のとき式 (39) の近似として、

$$\rho_0 \cong \frac{4}{3} \rho_{a0} - \frac{1}{i\omega} \frac{8\mu}{r^2} = \frac{4}{3} \rho_{a0} - \frac{R_x}{i\omega} \quad (41)$$

が成り立つ。これに  $q^2/\Omega$  をかけてバルクへ拡張したものは、式 (24) と実部の係数が  $4/3$  だけ異なり虚部は変わらない。円管に限らず厳密解が知られている間隙断面について、厳密解の低周波数近似の慣性パラメータは、式 (41) のような形で表され実部の係数が異なる。その結果、音響インピーダンスと位相速度の低周波数近似式は式 (25)、(30) から次のように修正される。

$$Z_b = \frac{Z_a}{\sqrt{\gamma}} \frac{q}{\Omega} \left( A + \frac{iR_x}{\omega\rho_{a0}} \right)^{1/2} \quad (42)$$

$$c_b = \frac{1}{q} \frac{c_a}{\sqrt{\gamma}} \left( B + \frac{iR_x}{\omega\rho_{a0}} \right)^{-1/2} \quad (43)$$

ここで、 $A=1.41\sim 1.64$ 、 $B=0.99\sim 1.21$  である (Frederickson et al., 1996)。 $A$  の中に式 (41) で示した値  $4/3 \cong 1.33$  が含まれないのは、修正式に粘性に加えて伝熱の影響が考慮されているからである。最終的に式 (42)、(43) に式 (27) を代入し、2章の式 (1)、(2) を得る。

ここで、通気係数が  $\kappa_a = 3\text{cm s}^{-1}$  ( $R_x = 6.5 \times 10^4 \text{Pa s m}^{-2}$ ) となるように半径約 0.05mm の円管の束を考えて、低周波数近似が成り立つ周波数範囲 ( $y < 1$ ) を求めると、式 (40) より、

$$\sqrt{\omega} < \frac{\sqrt{\mu/\rho_{a0}}}{r},$$

$$f < \frac{\mu/\rho_{a0}}{2\pi r^2} = \frac{R_x/\rho_{a0}}{16\pi} = \frac{6.5 \times 10^4/1.2}{16 \times 3.14} \cong 1100$$

となる。ここで  $R_x = 8\mu/r^2$  (円管の場合) および式 (27) を用いた。Hess et al. (1990) も  $100\sim 1000\text{Hz}$  程度において低周波数近似が有効だとしている。本研究では  $80\text{Hz}$  付近と  $1250\text{Hz}$  付近の音波を用いるが、どちらに対しても低周波数近似を用いて結果を考察している。

シンボルリスト

シンボル	説明	(単位)
$A$	定数	(無次元)
$B$	定数	(無次元)
$c$	位相速度	( $\text{m s}^{-1}$ )
$c_a$	大気中の位相速度	( $344 \text{ m s}^{-1}$ )
$c_b$	土壌中の位相速度	( $\text{m s}^{-1}$ )
$d$	指数減衰距離	(m)
$D$	定数	(Pa)
$F$	(共鳴幅/2) - $i$ (共鳴周波数)	(Hz)
$F_0$	基準状態における $F$	(Hz)
$g$	重力加速度	( $9.8 \text{ m s}^{-2}$ )
$i$	虚数単位	(無次元)
$Im()$	括弧内の虚部	(括弧内の単位)
$J_0$	0 次第 1 種ベッセル関数	(無次元)
$J_1$	1 次第 1 種ベッセル関数	(無次元)
$k$	波数	( $\text{m}^{-1}$ )
$k_b$	土壌中の波数	( $\text{m}^{-1}$ )
$l$	土壌表面から反射面までの距離	(m)
$L$	パイプの有効長さ	(m)
$p$	圧力、音圧	(Pa)
$p_0$	大気圧	( $101300 \text{ Pa}$ )
$q$	屈曲度	(無次元)
$r$	円管の半径	(m)
$Re()$	括弧内の実部	(括弧内の単位)
$R_x$	流れ抵抗	( $\text{Pa s m}^{-2}$ )
$t$	時間	(s)
$T_0$	復元力パラメータ	(Pa)
$T_{b0}$	土壌の復元力パラメータ	(Pa)
$v$	振動速度	( $\text{m s}^{-1}$ )
$V$	体積	( $\text{m}^3$ )
$V_0$	平衡時の体積	( $\text{m}^3$ )
$V_{b0}$	土壌の体積	( $\text{m}^3$ )
$x$	位置	(m)
$y$	ベッセル関数 $J_0, J_1$ の変数	(無次元)
$Z$	特性インピーダンス	( $\text{Pa s m}^{-1}$ )
$Z_a$	大気の音響インピーダンス	( $413 \text{ Pa s m}^{-1}$ )
$Z_b$	土壌の特性音響インピーダンス	( $\text{Pa s m}^{-1}$ )
$Z_m$	音響インピーダンス測定値	( $\text{Pa s m}^{-1}$ )
$Z_s$	表面音響インピーダンス	( $\text{Pa s m}^{-1}$ )
$a$	減衰定数	( $\text{m}^{-1}$ )

$\beta$	伝播定数	( $\text{m}^{-1}$ )
$\gamma$	定圧比熱と定積比熱の比	(1.4, 無次元)
$\kappa_a$	通気係数	( $\text{m s}^{-1}$ )
$\mu$	粘性係数	( $18.2 \times 10^{-6} \text{ Pa s}$ )
$\rho_0$	慣性パラメータ	( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\rho_{b0}$	土壌の慣性パラメータ	( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\rho_{a0}$	大気密度	( $1.2 \text{ kg m}^{-3}$ )
$\rho_w$	水の密度	( $1000 \text{ kg m}^{-3}$ )
$\omega$	角周波数	( $\text{rad s}^{-1}$ )
$\Omega$	気相率	(無次元)

Sci. Soc. Am. J., 61: 1348-1354.

Frederickson, C. K., Sabatier, J. M., and Raspet, R. (1996) : Acoustic characterization of rigid-frame air-filled porous media using both reflection and transmission measurements. J. Acoust. Soc. Am., 99: 1326-1332.

深田耕太郎, 三野徹, 中村公人 (2010) : 音波の共鳴現象を利用した砂の連続空気量と通気係数の測定. 土壌の物理性, 115: 3-13.

Grover, B. L. (1955) : Simplified air permeameters for soil in place. Soil Sci. Soc. Proc., 19: 414-418.

Hess, H. M., Attenborough, K. and Heap, N. W. (1990) : Ground characterization by short-range propagation measurements. J. Acoust. Soc. Am., 87: 1975-1986.

Hickey, C. J. and Sabatier, J. M. (1997) : Measurements of two types of dilatational waves in an air-filled unconsolidated sand. J. Acoust. Soc. Am., 102: 128-136.

Horoshenkov, K. V., Attenborough, K. and Chandler-Wilde, S. N. (1998) : Pade approximants for the acoustical properties of rigid frame porous media with pore size distributions. J. Acoust. Soc. Am., 104: 1198-1209.

Horoshenkov, K. V. and Swift, M. J. (2001) : The acoustic properties of granular materials with pore size distribution close to log-normal. J. Acoust. Soc. Am., 110: 2371-2378.

Horoshenkov, K. V. and Mohamed, H. A. (2006) : Experimental investigation of the effects of water saturation on acoustic admittance of sandy soils. J. Acoust. Soc. Am., 120: 1910-1921.

Johnson, D. L. and Sen, P. N. (1981) : Multiple scattering of acoustic waves with application to the index of refraction of fourth sound. Phys. Rev. B, 24: 2486-2496.

Johnson, D. L., Plona, T. J. and Scala C. (1982) : Tortuosity and acoustic slow waves. Phys. Rev. Lett., 49: 1840-1844.

Kristensen, A. H., Thorbjorn, A., Jensen, M. P., Pedersen, M. and Moldrup, P. (2010) : Gas-phase diffusivity and tortuosity of structured soils. J. Contam. Hydrol., 115: 26-33.

Marshall, T. J. (1958) : A relation between permeability and size distribution of pores. J. Soil Sci., 9: 1-8.

Martens, M. J. M., van der Heijden, L. A. M., Walthaus, H. H. J. and van Rens, W. J. J. (1985) : Classification of soils based on acoustic impedance, air flow resistivity, and other physical soil parameters. J. Acoust. Soc. Am., 78: 970-980.

Meyer, E. and Neumann, E. G. (1972) : Physical and applied acoustics: An introduction. pp.1-38, Academic press, New York.

Millington, R. J. and Quirk, J. P. (1961) : Permeability of porous solids. Trans. Faraday Soc., 57: 1200-1207.

Mills, C. A. and Spiekermann, C. E. (1992a) : Evaluating acoustic absorption coefficients by comparative analysis-Theory part. J. Acoust. Soc. Am., 91: 696-703.

Mills, C. A. and Spiekermann, C. E. (1992b) : Evaluating

## 引用文献

Attenborough, K. (1983) : Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials. J. Acoust. Soc. Am., 73: 785-799.

Attenborough, K. (1985) : Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces. J. Sound Vib., 99: 521-544.

Attenborough, K., Sabatier, J. M., Bass, H. E. and Bolen, L. N. (1986) : The acoustic transfer function at the surface of a layered poroelastic soil. J. Acoust. Soc. Am., 79: 1353-1358.

Beranek, L. L. (1942) : Acoustic impedance of porous materials. J. Acoust. Soc. Am., 13: 248-260.

Bolen, L. N. and Bass, H. E. (1981) : Effects of ground cover on the propagation of sound through the atmosphere. J. Acoust. Soc. Am., 69: 950-954.

Brooks, R. H. and Corey, M. A. (1966) : Properties of porous media affecting fluid flow. J. Irrig. Drain. Div. Amer. Soc. Civil Eng. 92 (IR2) : 61-88.

Chu, W. T. (1986) : Transfer function technique for impedance and absorption measurements in an impedance tube using a single microphone. J. Acoust. Soc. Am., 80: 555-560.

Cramond, A. J. and Don, C. G. (1987) : Effects of moisture content on soil impedance. J. Acoust. Soc. Am., 82: 293-301.

Crawford, Jr., F. S., 高橋秀俊監訳 (1973) : パークレー物理学コース3 波動 (上), pp.337-344, 丸善, 東京.

Currie, J. A. (1960) : Gaseous diffusion in porous media. Part 2. - Dry granular materials. Brit. J. Appl. Phys., 11: 318-324.

Delany, M. E. and Bazley, E. N. (1970) : Acoustical properties of fibrous absorbent materials. Appl. Acoust., 3: 105-116.

Dickinson, P. J. and Doak, P. E. (1970) : Measurements of the normal acoustic impedance of ground surfaces. J. Sound Vib., 13: 309-322.

Embleton, T. F. W., Piercy, J. E., and Daigle, G. A. (1983) : Effective flow resistivity of ground surfaces determined acoustical measurements. J. Acoust. Soc. Am., 74: 1239-1244.

Fischer, U., Dury, O., Fluhler, H. and van Genuchten, M. T. (1997) : Modeling nonwetting-phase relative permeability accounting for a discontinuous nonwetting phase. Soil

- acoustic absorption coefficients by comparative analysis-Experimental part. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91: 704-712.
- Mohamed, M. H. A. and Horoshenkov, K. V. (2009) : Airborne acoustic method to determine the volumetric water content of unsaturated sands. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 135: 1872-1882.
- Moore, H. M. and Attenborough, K. (1992) : Acoustic determination of air-filled porosity and relative air permeability of soils. *J. Soil Sci.*, 43: 211-228.
- Nocke, C., Mellert, V., Waters-Fuller, T., Attenborough, K. and Li, K. M. (1997) : Impedance deduction from broad-band, point-source measurements at grazing incidence. *Acustica*, 83: 1085-1090.
- 遅沢省子 (1998) : 土壌中のガスの拡散測定法とその土壌診断やガス動態解析への応用. 農業環境技術研究所報告, 15: 1-66.
- Sabatier, J. M., Bass, H. E., Bolen, L. N., Attenborough, K. and Sastry, V. V. S. S. (1986) : The interaction of airborne sound with the porous ground: the theoretical formulation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 79: 1345-1352.
- Sabatier, J. M., Hess, H., Arnott, W. P., Attenborough, K., Romkens, M. J. M. and Grissinger, E. H. (1990) : In situ measurements of soil physical properties by acoustical techniques. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 54: 658-672.
- Sabatier, J. M., Raspet, R. and Frederickson, C. K. (1993) : An improved procedure for the determination of ground parameters using level difference measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 94: 396-399.
- Sabatier, J. M., Sokol, D. C., Frederickson, C. K., Romkens, M. J. M., Grissinger, E. H. and Shipps, J. C. (1996) : Probe microphone instrumentation for determining soil physical properties: testing in model porous materials. *Soil Tech.*, 8: 259-274.
- Stinson M. R. and Champoux, Y. (1992) : Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple pore geometries. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91: 685-695.
- Yaniv, S. L. (1973) : Impedance tube measurement of propagation constant and characteristic impedance of porous acoustical material. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54: 1138-1142.
- Zwikker, C. and Kosten, C. W. (1949) : Sound absorbing materials. pp.1-51, Elsevier, Amsterdam.

## 要 旨

土壌の音響理論の発展にともない土壌の物理性の音響測定法が研究されてきたが、通気係数の測定法に関する研究は不十分である。またその発展段階で土壌の気相構造を特徴づけるスケールを音波によって評価できる可能性が指摘されたが、その値や水分条件との関係は明らかになっていない。そこで本研究では、通気係数の測定を完成させ、気相率と通気係数の音響測定を通して気相構造の特徴的スケールを求めることを目的とした。音響理論に気相率と屈曲度の関係を組み合わせ、音響インピーダンスから気相率と通気係数を計算する式を導出した。試料として鳥取砂丘砂を用いた。結果、気相率の推定誤差は14～34%の範囲において最大15%程度、通気係数の推定誤差は $0.2 \sim 3\text{cm s}^{-1}$ の範囲において最大3倍程度となった。また、試料には特徴的スケールを持つ気相の集まりとみなせるものが存在し、その値は $0.6 \sim 3.7\text{cm}$ 程度で、おおよそ気相率に比例することが明らかとなった。

キーワード：音波, 土壌空気, 気相率, 通気係数