

音波の共鳴現象を利用した砂の連続空気量と通気係数の測定

深田耕太郎¹・三野 徹²・中村公人¹

Measurement of continuous air content and air conductivity for sand using sound resonance

Kotaro FUKADA¹, Toru MITSUNO² and Kimihito NAKAMURA¹

Abstract: At present, acoustic method for evaluation of the continuity between the atmosphere and soil air has not been fully investigated. We evaluated impedance at a sample surface using sound resonance, and estimated the amount of sample air affected by the resonance and the conductivity of the sample. Sand and glass beads were used for a comparison of the air conductivity estimated using the acoustic method and the conventional method based on Darcy's law for air flow. Our results show that the impedance measurement provided good estimations of the continuous air content. We can more precisely determine the proportion of continuous air in the sample by combining the acoustic method with typical bulk and particle density measurements. Our calculation procedure was valid until the amount of air in the sample was less than 20 cm³. Comparison with results of the conductivity tests show that the impedance measurement provided the air conductivity for sample air connected to the atmosphere through one side of the sample.

Key Words : sound wave, sand, air content, air conductivity, continuity

1. はじめに

土壌中に存在する空気は水分によって封入されることがある。そのような空気は、周囲の封入空気や大気と連続していないため通気性をもたない。Stonestrom and Rubin (1989a, b) は、砂充填試料の水分飽和度を变化させたときに試料の通気性が発現、または消失する臨界飽和度の存在を実験で示した。このように封入空気の存在と通気性は関係している。上記の研究におけるもう一つの重要な発見は、大気と連続しているが、試料の端と端をつないでいない、したがって試料の途中で途切れた空気 (locally accessible air) の存在である。このような空気も封入空気と同様に、試料の端から端への通気に寄与しない。しかし、入口と出口を同じにするような移動ならば可能である。このように、気相の中にも通気の自由度に応じた三相 (permeable air, locally accessible air,

trapped air) が存在することが認識された。以下では、封入空気以外の空気を連続空気と呼ぶことにする。Fischer et al. (1997) は、Stonestrom and Rubin (1989a, b) の実験結果に空気飽和度と通気性の関係を表すモデルを適用して、空気飽和度を、通気性を持つ空気 (permeable air) の飽和度と通気性を持たない空気 (trapped air + locally accessible air) の飽和度に分離しようとした。以上の研究は、土壌の気相の量と通気の関係を理解する上で、通気に寄与する空気と寄与しない空気を区別する重要性を示している。しかし、実験によって両者 (細かくいえば三者) を区別することは難しく、まとめてひとつの気相として扱われることが多い。一般的な気相率の測定においても、はじめに固相と液相の体積を求め、全体積のうち残りの体積を気相の体積とする (重量法)。このように、土壌空気を連続空気とそれ以外に分離して測定し、さらに通気係数を同時に計測することは、土壌空気を扱う上で重要な課題である。

連続空気量の従来の測定方法を概観すると、まず、Debacker (1967), Stonestrom and Rubin (1989a, b) は、空気が圧縮膨張するときの体積と圧力の関係 (ボイルの法則) を利用して、連続空気量を測定した (air pycnometer method)。この方法では、土壌試料を密閉容器に入れ、ピストンなどを用いて容器の体積を变化させる。そして、体積変化にともなう圧力の変化を測定する。圧力を加えたとき、封入空気が体積変化しないならば、体積变化した空気は試料の連続空気とそれ以外の容器の空気である。上記の研究では、封入空気の体積変化は十分小さく、測定誤差の範囲内に収まるとされた。air pycnometer method は、連続空気量を測定するためには、圧縮のように空気に直接作用する測定方法が有効であることを示している。しかしこの方法には、封入空気の圧縮膨張を避けるために、なるべく小さな体積変化とそれにとまなう圧力変化の測定が要求される点や、温度や大気圧の影響を考慮しなければならない点などの難点がある。また、この方法で求めた連続空気には、locally accessible air が含まれるため、通気試験と組み合わせると連続空気量と通気係数の関係を議論するのは、少なくとも locally accessible air が存在する範囲においては正確ではない。

音波を用いた測定方法も提案されている。音波は空気の圧縮膨張が一秒間に何十～何万回と繰り返される振動現象である。音波における体積と圧力の変化は、静的

¹Graduate school of agriculture, Kyoto University, Kitashirakawa Oiwakecho, Sakyo ward, Kyoto, 606-8502, Japan. Corresponding author: 深田耕太郎, 京都大学農学研究科

²Tottori University of Environmental Studies, 1-1-1, Wakabadai north, Tottori city, Tottori, 689-1111, Japan
2010年1月12日受稿 2010年6月9日受理
土壌の物理性 115号, 3-13 (2010)

に圧縮あるいは膨張させる場合の体積と圧力の変化に比べて小さいが、air pycnometer method と同じ原理で連続空気量を測定できると考えられる。また音波を用いると、試料中で振動している空気に働く、振動の速度に比例した抵抗の強さを評価できる。これは、通気係数に相当するものである。locally accessible air が存在するとき、振動する空気は音波を当てた側の試料の一端から試料内に入り出ることができる空気、つまり locally accessible air と permeable air となる。したがって、音響測定によって封入空気以外の連続空気の量とその通気性（出入口を一つとするような移動を含めた通気性）を同時に評価できることになる。屈曲度に関する情報が得られることも、音響測定の利点である（例えば、Moore and Attenborough, 1992）。

過去の研究では、現場の砂、シルト質壤土、シルト質埴土に対して土壌の気相率と通気性、屈曲度を非破壊的にかつ簡便に測定することを目的として音波が用いられたことがある（Moore and Attenborough, 1992; Sabatier et al., 1990）。しかしこれらの研究では、土壌空気の連続性（封入空気の存在や存在量の変化）への注目はなく、音響学的に推定された気相率と重量法による気相率の違いは誤差として扱われた。その理由として、これらの研究で用いられた測定法では、音響測定と重量法の結果の差に対して連続性の議論ができるほど十分な測定精度が得られていないことが考えられる。また、音響学において興味ある研究材料は土壌物理学が対象とする土壌とは異なり、水分を含まない多孔質体（吸音材料）であることも理由の一つであろう。このように、音響測定を利用して、水分を含んだ土壌中の空気を封入空気と連続空気に区別した研究は行われていない。

以上のような背景から、本研究では、音響学の考え方と測定方法をもとに air pycnometer method の原理を振動する系に拡張することによって、水分を含む土壌試料に対し、連続空気量とその通気性を測定するための簡単な方法を開発することを目的とする。

音響、波動、振動の学問では、振動する媒質（この場合、土壌の連続空気）を特徴づける量として、インピーダンスと呼ばれる量を用いる。これは、振動する媒質が受ける抵抗力の比例定数である。したがって、まずインピーダンスを測定し、測定したインピーダンスから連続空気量と通気性を推定するという手順をとる。

インピーダンス測定では、音源（スピーカー）によって試料に音波を当て、マイクによって反射波を捉える。標準的な方法は、定在波管（インピーダンス管）とよばれる細長いパイプの端に試料を埋め込み、もう片方の端にスピーカーを置いて音を流しながら、パイプ内に置いたマイクによって、パイプ内の音の場を測定するというものである（impedance tube method, 定在波管法）。この方法には、パイプ内を移動するマイクによって波形を調べる方法（定在波比法, ASTM C384-04）、および2つの固定マイクを用いる方法（伝達関数法, ASTM E1050-08）がある。他に、パイプを用いない方法も提案

されている（free field method, 例えば, Ingard and Bolt, 1951; Legouis and Nicolas, 1987）。本研究では、共鳴法と呼ばれる方法を用いる。これは、スピーカーとマイクによってパイプ内空気の固有振動を調べる方法で、定在波管法の一つである。スピーカーが音を出すことによって系が共鳴を起こし、マイクの録音データから共鳴曲線を得る。どの周波数で、どれくらい強く共鳴が起きたのかを調べることで、インピーダンスを測定できる。共鳴法は、連続空気量と通気性が共鳴曲線の位置と形状として現れるため、直感的に理解しやすい。また、パイプ内部や端における音波の減衰の影響が共鳴時に最も強く出ること共鳴法を用いる利点である。共鳴現象を利用した測定方法の有効性は、Paris (1927), Beranek (1940), Mills and Spiekermann (1992a, b) などによって示されているが、本研究では、Pierce (1981) が導出した、より明解な共鳴周波数、共鳴幅、インピーダンスの関係式を参考にした。本研究用に境界条件を変えて導出しなおし、さらに、パイプ内部の音波の減衰を考慮する項を付加することで、実際の測定に使えるものにした。

2. 材料と方法

2.1 試料と実験装置

2.1.1 ガラスビーズ充填試料

平均粒径 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 mm のガラスビーズを乾燥状態で、それぞれ、内径 5 cm, 長さ 2.5, 5.0, 7.5, 10.0 cm (容積 50, 100, 150, 200 cm³) のステンレス製円筒容器に充填した。充填方法は、円筒容器をステンレス製のふたで閉じて、試料を入れて締め固める操作を2~4回繰り返し、最後に表面を平らに整形するという方法を用いた。ガラスビーズ充填試料は水分を含まないため空気は全て大気と連続している（全空気量と連続空気量

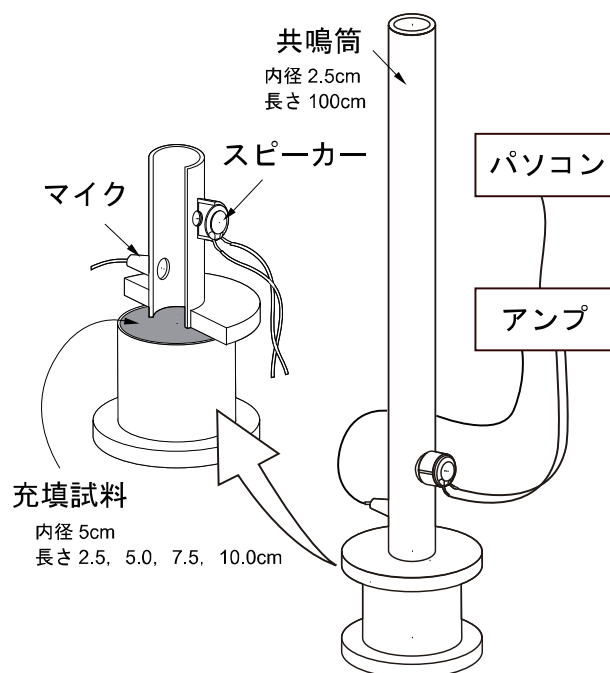


Fig. 1 インピーダンス測定装置。
Impedance measurement system.

は等しい)。したがって、これらの試料はインピーダンスからの推定方法の精度と推定可能な範囲を求めるために用いた。

2.1.2 砂充填試料

鳥取砂丘砂（主に粒径 0.2 ~ 0.4 mm）、および相馬硅砂（平均粒径 0.6 mm）を、含水比 1 ~ 15 % の間で 20 種類の水分状態に調整し、それぞれ、内径 5 cm、長さ 2.5 cm、容積 50 cm³ のステンレス製円筒容器に充填した。充填方法はガラスビーズ充填試料の場合と同様である。これらの試料は、水分を含む試料に対してインピーダンスからの推定値を検証するために用いた。

2.1.3 インピーダンス測定装置

定在波を利用したインピーダンス測定法を用いた。内径 2.5 cm、長さ 100 cm の塩化ビニルパイプ（共鳴筒）の側面に穴を 2 つ開け、共鳴筒内に音を入れるためのスピーカー（Microspeaker 334495, Foster）と共鳴筒内の音を録音するためのマイク（ECM-44B, Sony）をそれぞれ取り付け付けた（Fig. 1）。また、共鳴筒と試料をつないだときに空気が接合部から漏れないように、Oリングを用いたコネクタを取り付けた。入力波形、出力波形、音量の制御を行うため、スピーカーとマイクをアンプ（KU-5EA-CA, 株式会社エクレア）につなぎ、アンプをパソコンにつないだ。

2.1.4 通気試験器

DIK 土壤通気性測定器（大起理化学工業株式会社）を用いた。これは、Grover（1955）の方法を室内試験に応用したもので、水に浮かべた浮きが自重で沈むことを利用して、試料に空気を流す。浮きの沈む速度、および、マンメーターによる浮き内部の空気圧を求め、ダルシーの法則から通気係数を求めることができる。

2.2 実験方法

2.2.1 共鳴法によるインピーダンス測定

はじめに、直径 5 cm、厚さ 1 cm の塩化ビニル製の円板をコネクタに取り付けて共鳴筒の一端を完全に閉じた。そして、スピーカーの振動周波数を 5 秒間で 5 ~ 200 Hz まで増加させた（スイープ波）。同時にマイクで共鳴筒内の音を録音した。長さ 100 cm の共鳴筒は、この周波数帯に最低の共鳴周波数（固有振動数）を持つ。air pycnometer method が周波数ゼロの極限の場合に相当するため、共鳴周波数の中で最低のものを選んだ。録音データ（時間 - 音圧の関係）をフーリエ変換して、共鳴曲線（周波数 - 音圧の二乗の関係、Fig. 2）を得た。上記の操作を 5 回繰り返して、5 つの共鳴曲線の平均値に Savitzky and Golay（1964）の重みつき移動平均を適用して平滑化した。共鳴曲線から、共鳴周波数 f （音圧の二乗がピークとなる周波数）、および、左半値点 f_{Left} （音圧の二乗がピーク値の半分となる 2 つの周波数のうち、共鳴周波数の左側にあるもの）を求めた（Fig. 2）。本研究では、共鳴周波数 f と左半値点 f_{Left} の差を 2 倍したものを共鳴幅 Δf と定義する（ $\Delta f/2 = f - f_{\text{Left}}$ ）。この定義は共鳴曲線が左右対称の場合、一般的な共鳴幅の定義（音圧の二乗がピーク値の半分となる 2 つの周波数の

差）と一致する。上記のように定義したのは、実際に得られる共鳴曲線が左右非対称であり、非対称な共鳴曲線も対称なものと近似して扱えるようにすると、計算が単純になるためである。共鳴筒の一端を閉じた状態は基準であり、試料のインピーダンスを計算するとき必要となる（2.3 節、式（4）における F_0 ）。基準の測定を行った後、Fig. 1 のように共鳴筒と試料をつないで同様の測定を行い、各試料の共鳴周波数と共鳴幅を得た。測定時、試料の下端はステンレス製のふたで閉じたままである。

2.2.2 通気試験およびその他の測定

砂充填試料および容積 200 cm³ のガラスビーズ充填試料は、インピーダンス測定後、共鳴筒から離脱し、試料の上端に通気用の管をつなぎ、下端のふたをとって開放し通気試験を行った。ガラスビーズは通気性が非常に高いため、土壤試料用の通気試験器を用いるのが困難である。そこで今回は、他の容積の充填試料に対して通気試験を行わず、容積 200 cm³ の試料に対して得た通気係数をその粒径における通気係数とした。砂充填試料は通気試験後、炉乾燥させ、乾燥質量、水分量を求めた。また、ガラスビーズ、鳥取砂丘砂、相馬硅砂の土粒子密度試験を行い、試料の土粒子密度と乾燥質量から間隙体積を求めた。このようにして気相や間隙の体積を求める従来の方法をここでは重量法と呼ぶことにする。

2.3 計算方法

共鳴時、共鳴筒内には共鳴筒の両端付近に節と腹を持つ楔形の定在波が励起される。共鳴法による連続空気量測定の単純なイメージは、共鳴筒につないだ試料の連続空気によって共鳴筒が少し延長されたと考えられることである。つまり、延長された共鳴筒の固有振動数（共鳴周波数）は低くなる（定在波の波長が伸びる）ため、共鳴周波数の低下から共鳴筒がどれくらい伸びたのかを計算できるということである。しかし一般的にはさらに複雑であり、試料の存在は、共鳴周波数だけでなく共鳴幅も変化させる。共鳴幅は音のエネルギー損失の尺度であり、試料の存在は共鳴時のエネルギー損失を増やし、共鳴幅を広げる。よって、共鳴筒の延長やエネルギー損失の増加を定量的に扱うためにインピーダンスという量を

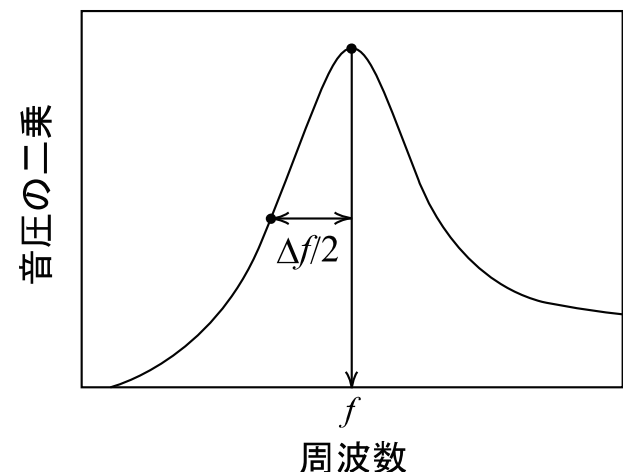


Fig. 2 共鳴曲線.
Resonance curve.

用いる．そこでまず，共鳴周波数と共鳴幅からインピーダンスを計算するための式を，以下のように Crawford (1968), Pierce (1981) を参考にして導出する．

以下では計算を簡単にするために複素数を用いる．出発点は，任意の周波数 f (Hz) で駆動されている定在波を表す式，

$$\psi(x,t) = [A \cos kx + B \sin kx] \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

および，音の分散関係を表す式，

$$\omega = ck \quad (2)$$

である (例えば, Crawford, 1968)．ここで， $\psi(x,t)$ は共鳴筒内の任意の場所 x (m) と時刻 t (s) における空気の振動の変位 (m), k は波数 (m^{-1}), ω は角振動数 (rad s^{-1}), c は音速 (m s^{-1}), A と B は複素数の定数 (m), i は -1 の平方根である．また，角振動数と周波数の間には $\omega = 2\pi f$ の関係がある． $\psi(x,t)$ の境界条件として，共鳴筒と試料の境界 ($x = 0$) において， $T_0(\partial\psi/\partial x) = -Z(\partial\psi/\partial t)$ ，共鳴筒と大気境界 ($x = L$) において， $\partial\psi/\partial x = D_0 \exp(-i\omega t)$ を与える．ここで， T_0 は平衡状態での大気の張力 (N), Z はインピーダンス ($\text{N (m s}^{-1})^{-1}$), D_0 は実数の定数 (無次元) である．また， $T_0 = \gamma p_0 a$ である (γ は定圧比熱と定積比熱の比 (無次元), p_0 は大気圧 (Pa), a は共鳴筒の断面積 (m^2))．これらの境界条件により，複素定数 A と B が決まり，インピーダンス Z を境界条件に持つ定在波の形 $\psi(x,t)$ が決まる．共鳴筒内の任意の場所 x と時刻 t における空気の張力 $T(x,t)$ は， $-T_0(\partial\psi/\partial x)$ であり，以下のようになる．

$$T(x,t) = -T_0 D_0 \frac{iZ \cos kx - (T_0/c) \sin kx}{iZ \cos kL - (T_0/c) \sin kL} \exp(-i\omega t) \quad (3)$$

共鳴曲線は， T^2 を周波数の関数として表したものである．式 (3) から， T^2 が最大となる周波数 (共鳴周波数)，および，最大値の半分となる周波数 (半値点) をインピーダンス Z の関数として直接書き下すことは難しい．ここで， $|Z| \gg T_0/c$ (試料のインピーダンスは大気のインピーダンスに比べて十分大きい) を仮定する．これは，共鳴筒に試料を取り付けたときの共鳴周波数が基準における共鳴周波数に近いことを意味している．これより，式 (3) の分子において T_0/c を無視し，波数 k を固定値 k_0 (基準における k) にする．ここで， $k_0 L = \pi/2$ であり，最低の固有振動数をもつ楔形の定在波を表している．そして k が k_0 に近いという理由から，分母において $\sin kL$ を 1, $\cos kL$ を $k_0 L - kL$ とする (Pierce, 1981)．このようにして，共鳴曲線は左右対称な形に近似され，共鳴周波数 f ，共鳴幅 Δf ，インピーダンス Z の単純な関係を得る．

$$F - F_0 = T_0 / (2\pi LZ) \quad (4)$$

ここで， $F = \Delta f / 2 - if$ である．また， F_0 は共鳴筒と試

料の接合部を塩化ビニル製の円盤で完全に閉じたときの F の値である． F_0 の実部は共鳴筒内部における音波の減衰の程度を表している．式 (4) を用いると，測定値 f ， Δf からインピーダンス Z を求めることができる．

次に，インピーダンスから試料の連続空気量と通気係数を計算するための式を導出する．そのために，試料の連続空気を質点で表し，質点に振動の復元力を与えるばねと振動を減衰させるダッシュポットをつけたものを試料のモデルとする (Fig. 3)．質点についての運動方程式は，

$$M(\partial^2\psi/\partial t^2) + M\Gamma(\partial\psi/\partial t) + K\psi = T_0(\partial\psi/\partial x) \quad (5)$$

であり， $x = 0$ における $\psi(x,t)$ の境界条件 $T_0(\partial\psi/\partial x) = -Z(\partial\psi/\partial t)$ と合わせて，以下の関係を得る．

$$-Z = M\Gamma + i(K/\omega - M\omega) \quad (6)$$

ここで， M は連続空気の質量 (kg), K はばね定数 (N m^{-1}), Γ はダッシュポットの定数 (s^{-1}) である．式 (6) はインピーダンスを 3 つの成分 M , K , Γ で書いたものである． M , K , Γ から試料の連続空気量と通気係数を推定するために以下の式を用いた．

$$M = \rho_0 V_0 \quad (7)$$

$$K = p_0 a^2 / V_0 \quad (8)$$

$$\Gamma = a^2 \rho_w g l / (AMk_a) = a^2 \rho_w g / (A^2 \rho_0 k_a) \quad (9)$$

ここで， ρ_0 は空気の密度 (kg m^{-3}), V_0 は連続空気の体積 (m^3), ρ_w は水の密度 (kg m^{-3}), g は重力加速度 (m s^{-2}), A は試料の断面積 (m^2), k_a は通気係数 (m s^{-1}) である．最終的に計算で求めるものは V_0 と k_a であり，

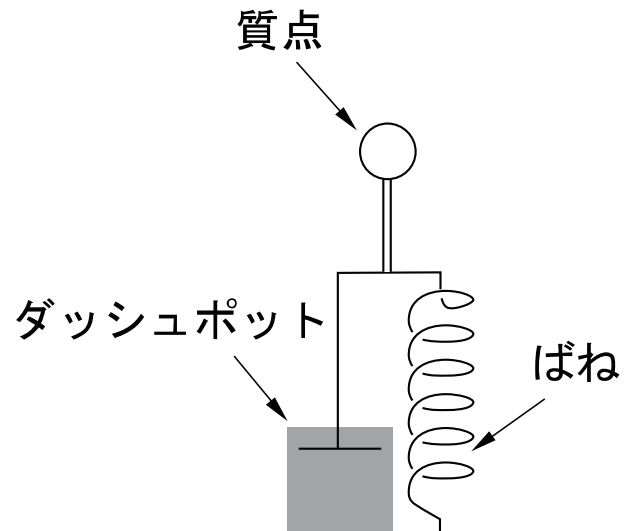


Fig. 3 試料の質点モデル．
Mass point model of the sample.

これらをインピーダンス測定による連続空気量と通気係数の推定値とする。式(7)~(9)はいずれも静的、あるいは定常状態において成り立っている関係から導いたものである。例えば、式(8)は体積 V_0 の空気が等温変化で圧縮(膨張)したときに、空気が示す復元力を表す式であり、ここに air pycnometer method の考え方、すなわちボイルの法則が含まれている。また、式(9)は、長さ $l = V_0/A$ (連続空気量の推定値を試料の断面積で除したもの)の試料に抵抗 Γ で空気が流れる場合の通気係数を表すものであり、ダルシーの法則から導出した。モデルでは連続空気を質点で表したために試料の長さに関する情報が失われているため、すでにモデルの中で用いた量(連続空気量 V_0)によって表現でき、長さの次元を持つものとして V_0/A を用いることにした。

音響学的な観点から多孔質体をモデル化しても同じような結論を得る。Beranek(1942)は、空気のプロックと固体のプロックからなる多孔質体のモデルを考えた。モデルでは固相の振動が考慮され、多孔質体は密度と振動抵抗を増した有効な密度と動的な抵抗によって表された空気のように表現される。それは以下のように書ける。

$$Z_d = \frac{\rho_1 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 - i \frac{R_1}{\rho_1 \omega}\right)^{\frac{1}{2}} \coth \left[i \frac{\omega \sqrt{P}}{c_1} \left(1 - i \frac{R_1}{\rho_1 \omega}\right)^{\frac{1}{2}} d \right] \quad (10)$$

ここで、 Z_d は音響インピーダンス ($\text{Pa} (\text{m s}^{-1})^{-1}$)、 ρ_1 は空気の有効密度 (kg m^{-3})、 $c_1 = (p_0/\rho_1)^{\frac{1}{2}} (\text{m s}^{-1})$ 、 P は間隙率(無次元)、 R_1 は動的摩擦抵抗 ($\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$)、 d は試料の長さ(m)である(本研究とインピーダンスの定義が違いため、両者を対応させるためには、式(6)~(9)を a^2/A で割る)。 d あるいは ω が小さいとき、式(10)の \coth を展開し ($\coth x \approx 1/x + x/3$)、以下の近似式を得る。

$$Z_d = R_1 d/3 - i(\rho_1 c_1^2 / (\omega P d) - \omega d \rho_1 / 3) \quad (11)$$

有効密度、動的摩擦抵抗には固相の振動の影響が含まれているため、空気の密度、流れの摩擦抵抗よりわずかに大きい。しかし Beranek は、固体の密度が空気の密度に比べてとても大きい場合、固相の振動は無視できるものとして扱っている(水分が存在する場合でも、水の密度は空気の密度より固体の密度に近い場合、同じ理由によって水分の振動を無視できる)。したがって、 $\rho_1 = \rho_0$ 、 $c_1 = c$ 、 $R_1 = \rho_{wg}/k_a$ となる。すると、式(11)の虚部

の最初の項は K/ω に等しくなる。一方、式(11)の実部は、式(9)において、 V_0/A を $d/3$ で置き換えたものに等しい。Beranek は実験によって式(10)の有効性を示している。したがって式(11)は、試料の長さ d が分かっているとき有効といえる。しかし、ここでの試料の長さとは、音波が試料内を反射されるまでに進む距離のことである。水分を含む試料では、locally accessible air の存在によって通気性があっても試料の途中で音波が反射することがあるかもしれない。そこで本研究では、 d は未知であるとし、 V_0/A を用いて通気性を推定することにした。

以上に示した方法を本研究における共鳴法と呼ぶことにする。共鳴法により、各試料の共鳴周波数 f と共鳴幅 Δf から、 V_0 と k_a を計算し、それぞれ、重量法によって求めた全空気量、および通気試験から求めた通気係数の値と比較した。

砂充填試料において上記の仮定 $|Z| \gg T_0/c$ が成り立つことをインピーダンスの質点モデル(式(6)~(9))を用いて確認する。通気係数は気相率と共に増加するため、気相率が最大のとき、インピーダンスは最も小さくなる。連続空気量 $V_0 = 25 \text{ cm}^3$ (気相率 50%)、通気係数 $k_a = 30 \text{ cm s}^{-1}$ とすると、共鳴周波数 f はおよそ 80 Hz となり、砂充填試料で想定される最小のインピーダンスとして、 $-Z \approx 0.05 + 2i (\text{N} (\text{m s}^{-1})^{-1})$ を得る。したがって、 $|Z| \approx 2 \text{N} (\text{m s}^{-1})^{-1}$ 。一方、 $\gamma = 1.4$ 、 $p_0 = 1013 \text{ hPa}$ 、 $a = 4.9 \text{ cm}^2$ 、 $c = 340 \text{ m s}^{-1}$ より、 $T_0/c \approx 0.2 \text{N} (\text{m s}^{-1})^{-1}$ であり、試料のインピーダンスは大気インピーダンスより 1 オーダー大きい。水分を含む砂充填試料のインピーダンスはさらに大きくなるから、仮定 $|Z| \gg T_0/c$ は十分成り立っている。

3. 実験結果と考察

3.1 ガラスビーズ充填試料を用いた共鳴法の有効性の検討

ガラスビーズ充填試料の乾燥密度は、1.55 ~ 1.62 Mg m^{-3} 、粒子密度は 2.58 Mg m^{-3} 、長さ 2.5, 5.0, 7.5, 10.0 cm (容積 50, 100, 150, 200 cm^3) の試料の連続空気量は、それぞれ、約 20, 40, 60, 80 cm^3 、間隙率は 37 ~ 40% となった。この結果から、試料の連続空気量の増加を試料の長さの増加と読み替えることができる。

Fig. 4 に基準の共鳴曲線と粒径 0.6 mm、容積 50, 200 cm^3 のガラスビーズ充填試料の共鳴曲線を示す。縦軸は基準のピーク値を用いて正規化した音圧の二乗値を

Table 1 ガラスビーズ充填試料と砂充填試料の音響測定データと計算結果.

Acoustical data and calculation results for glass bead and sand-filled samples.

	共鳴周波数 f (測定値) Hz	共鳴幅 Δf (測定値) Hz	インピーダンス-Z (式 (4) より) $N (m s^{-1})^{-1}$	連続空気量 V_0 (式 (6)~(9)より) cm^3	通気係数 k_a (式 (6)~(9)より) $cm s^{-1}$	ばね定数 K (式 (8)より) $N m^{-1}$	減衰定数 Γ (式 (9)より) s^{-1}	エネルギー比 無次元
ガラスビーズ充填試料 (粒径 0.6 mm, 容積 50 cm^3)	78.7	6.2	0.4 + 3.0 <i>i</i>	16.2	2.3	1500	21000	3.7
ガラスビーズ充填試料 (粒径 0.6 mm, 容積 200 cm^3)	71.6	11.6	0.3 + 0.9 <i>i</i>	56.0	11.4	410	4300	1.6
鳥取砂丘砂 (気相率 13%)	81.9	4.8	7.5 + 19.8 <i>i</i>	2.4	0.02	10180	2600000	1.3
鳥取砂丘砂 (気相率 40%)	77.7	5.2	0.2 + 2.5 <i>i</i>	20.3	5.2	1190	9400	5.3
相馬珪砂 (気相率 17%)	81.6	5.2	7.1 + 9.5 <i>i</i>	5.0	0.04	4880	1200000	0.7
相馬珪砂 (気相率 40%)	78.3	4.8	0.03+ 2.5 <i>i</i>	19.5	39.9	1240	1300	44

表している．試料の存在によって共鳴周波数が左側に移動し、ピーク音圧が下がり、共鳴幅が増加した．試料が長くなるとこの傾向は強まり、共鳴曲線の特定が困難になった．また曲線が左右非対称であり、本研究で定義した共鳴幅は実際の共鳴幅より小さくなった．

Table 1 にこれらの試料における共鳴周波数と共鳴幅の測定値、インピーダンス、連続空気量、通気係数、ばね定数、減衰定数の計算値を示す．容積の増加によって試料のインピーダンス推定値が大気インピーダンス ($0.2N (m s^{-1})^{-1}$) の 4 倍程度にまで近づいたことが分かり、2 章で用いた仮定 $|Z| \gg T_0/c$ が成立していないと考えられる．したがって、粒径 0.6 mm のガラスビーズに対して容積 200 cm^3 (長さ 10 cm) は共鳴法が適用できない容積 (長さ) であり、測定ではこれより十分小さな (短い) 容積を用いることが望ましい．

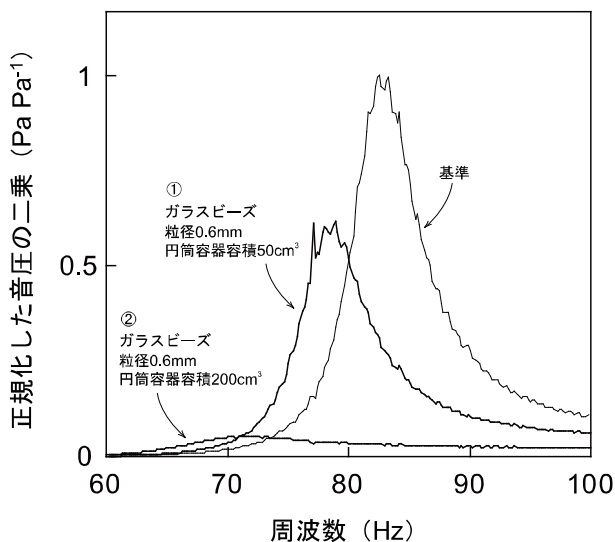


Fig. 4 ガラスビーズ充填試料の共鳴曲線の測定例．
Measurement example of resonance curve for glass bead samples.

Fig. 5 に、ガラスビーズの質量と粒子密度から計算した連続空気量 (重量法) と共鳴法による連続空気量の推定値の関係を示す．全ての試料について推定値は小さくなった．これらの中で最もよい推定値を与えたのは容積 50 cm^3 (連続空気量 20 cm^3) で、推定値はおよそ 17 cm^3 であった．連続空気量の大きい (長い) 試料ほど両者の差は大きくなった．また、粒径が小さい試料ほど差が大きくなった．連続空気量の過小評価は、試料内に生じている圧力の分布を無視したためと考えられる．実際の試料では、表面から深くなるにつれ圧力の振動が減衰し、試料が十分長ければある深さで消滅する．しかし連続空気を質点で表したことによって、試料の表面から推定さ

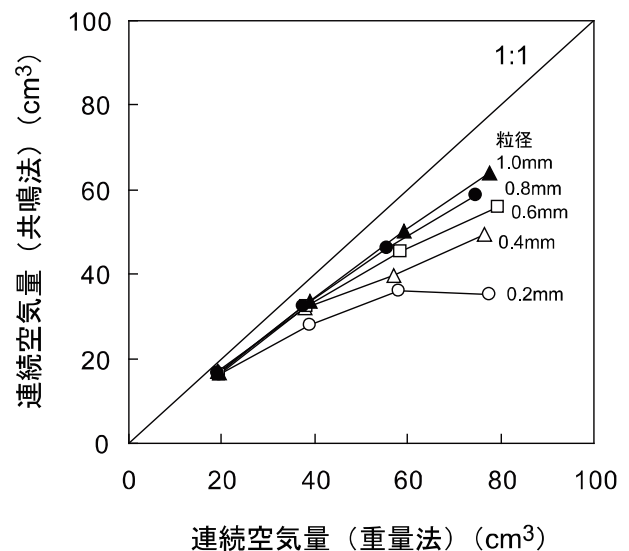


Fig. 5 重量法によるガラスビーズ充填試料の連続空気量と共鳴法による推定値の比較．

Comparison of continuous air content estimates for glass bead samples obtained by the gravimetric method and those obtained employing the resonance method.

れる体積全体にわたって一様な圧力の分布を仮定したことになり、試料表面のインピーダンスをもたらした連続空気を小さく推定した。実験結果は、試料が長く粒径が小さいほど、一様な音圧の分布と実際の分布の違いが大きかったことを示している。

粒径 0.2 mm の場合、容積 150 および 200 cm³ (連続空気量 60 および 80 cm³) の試料の推定値はほとんど同じであった。この結果から、試料の長さの延長分が共鳴に寄与しなかった、つまり、試料長が音波の侵入範囲を超えていたことが分かる。試料内の連続空気量を全て測定するためには、音波の侵入範囲に比べて十分短い円筒容器の底を閉じて、音波が自然に消滅する前に音波の侵入を遮る必要がある。音波が全ての連続空気を測定したことを確認するには、音波の強さと減衰の強さを評価できればよい。減衰を考慮した波動方程式から、試料が十分に長く、試料内で音波が減衰し消滅していくとき、インピーダンスの実部と虚部がおおよそ等しくなることが分かっている (Meyer and Neumann, 1972)。多孔質体のモデルに対しても同様である (Attenborough, 1985)。これは試料内の全ての連続空気を測っていないことを意味している。そうではないとき、つまり音波が試料内の全ての連続空気に伝わったと考えられるときは、測定した空気量が測定可能な最大値より小さいから、インピーダンスの虚部が実部より大きくなる (式 (6) の虚部と式 (8) における K と V_0 の関係より)。そこで、インピーダンスの実部と虚部の比 $(K/\omega - M\omega)/(M\Gamma)$ に注目する。実験結果より、インピーダンスの虚部の最後の項 $M\omega$ が虚部のもう一つの項 K/ω の 0.02 ~ 0.3 倍程度であるので、上記の比はおおよそ $(K/\omega)/(M\Gamma)$ となる。これは、ダッシュポットによって熱に変わる振動エネルギーの平均値 $(M\Gamma \langle \psi^2 \rangle \omega)$ とばねのポテンシャルエネルギーの平均値 $(1/2)K \langle \psi^2 \rangle$ の比、 $(1/2)K/(M\Gamma\omega)$ の 2 倍と解釈できる。ここで、括弧 $\langle \rangle$ は平均操作を表す。したがってエネルギー比がおおよそ 0.5 のとき試料内の連続空気量の内、測定可能な連続空気量のみが測定され、0.5 より大きいとき試料内の全ての連続空気が測定されているといえる。実際に計算された粒径 0.2 mm、容積 150、200 cm³ のガラスビーズ充填試料のエネルギー比は約 0.2 となり、0.5 より小さいが、全てのガラスビーズ充填試料の中 (0.2 ~ 6.0) で最も小さかった。よって、エネルギー比に注目することで、試料の連続空気量がすべて測定されたかどうか判断できると考えられる。

Table 1 から、粒径 0.6 mm のガラスビーズ充填試料の場合に、容積の増加によってエネルギー比が減少した

ことがわかる。つまり、連続空気量の増加によって試料内で失われるエネルギーが増加しエネルギー比が低下する。 $M\Gamma \langle \psi^2 \rangle \omega$ より、粒径が小さい (Γ が大きい) ほど、そして周波数が大きいほど減衰の程度は大きくなり、エネルギー比が低下する。このように、試料の容積 (長さ) が増加するほど、粒径が小さいほど、エネルギー比が低下して、試料内の全ての連続空気量が測定されないことがわかる。今回の実験では、粒径 0.2 mm において容積が 150、200 cm³ の場合以外は、試料内の全ての連続空気が振動していたことが示唆される。

ただし、先に考察した質点近似によって、共鳴法の推定値が全体的に過小評価されたが、連続空気量が 20 cm³ より少ない範囲においては、質点近似による誤差は小さくなるものと考えられる。

次に、通気試験の測定値と共鳴法による推定値の比較を Fig. 6 に示す。容積 200 cm³ のガラスビーズ充填試料 (連続空気量 80 cm³) に対する推定値は測定値とよく一致したが、容積 50 cm³ のガラスビーズ充填試料に対する推定値は、おおよそ、1.0 ~ 2.8 cm s⁻¹ の値をとり、特に、粒径 0.6、0.8、1.0 mm に対して正しい推定値を与えなかった。容積が小さく、粒径 (通気係数) の大きな試料は、試料内部での音波の減衰が小さく、共鳴幅が基準値と大きく違わなかったことが原因と考えられる。これらの結果は、大きい通気係数を正しく推定するためには、大きな連続空気量が必要であることを示している。実際に興味のある試料 (本研究では水分を含む砂) は、乾燥

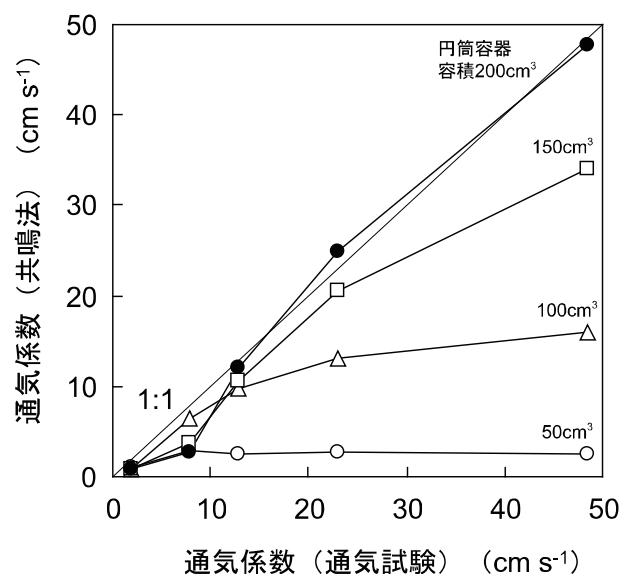


Fig. 6 通気試験によるガラスビーズ充填試料の通気係数と共鳴法による推定値の関係。

Relationship between air conductivity obtained by measurement, and that obtained employing the resonance method for glass bead samples.

したガラスビーズほどの通気性はない。これは、比較的小さな容積を用いても大きな共鳴幅の変化を測定できることを意味している。

3.2 水分を含む砂の連続空気量と封入空気量の評価

砂充填試料の乾燥密度は $1.50 \sim 1.59 \text{ Mg m}^{-3}$ (鳥取砂丘砂), $1.51 \sim 1.55 \text{ Mg m}^{-3}$ (相馬珪砂), 土粒子密度は 2.66 Mg m^{-3} (鳥取砂丘砂), 2.64 Mg m^{-3} (相馬珪砂), 間隙率は $40 \sim 42\%$ (鳥取砂丘砂), $41 \sim 43\%$ (相馬珪砂), 体積含水率はどちらも $1 \sim 29\%$ となった。

Fig. 7 に、極端な乾燥状態と湿潤状態の砂充填試料の共鳴曲線の測定例を示す。鳥取砂丘砂の場合、気相率の増加とともに共鳴周波数は減少し、共鳴幅は増加した。相馬珪砂の場合、気相率の増加とともに共鳴周波数は減少し、共鳴幅も減少した。したがって、鳥取砂丘砂は乾燥によって音をよく吸収するようになるが、相馬珪砂は乾燥によって音を反射するようになったことが分かる。これは、乾燥した相馬珪砂の通気係数が大きく、試料の下端まで音波があまり減衰されないまま到達したことを示している。共鳴曲線はおよそ左右対称であり、共鳴法が適用できる適切な条件であった。

Table 1 に、Fig. 7 に示した試料の共鳴周波数と共鳴幅の測定値、インピーダンス、連続空気量、通気係数、ばね定数、減衰定数の計算値を示す。気相率が小さいものはインピーダンスが大きい。このとき、連続空気量が小さいものはばね定数が大きい、そして、通気係数が小さいものは減衰定数が大きいという関係がよく分かる。

Fig. 8 に、炉乾燥質量の測定から求めた全空気飽和度 (全空気量 (重量法) / 間隙体積 (重量法)) に対する連続空気の飽和度 (連続空気量 (共鳴法) / 間隙体積 (重量法)) の関係を示す。鳥取砂丘砂、相馬珪砂のどちらも、全空気飽和度が 0.5 以上で連続空気の飽和度と一致した。乾燥に近い状態では空気の連続性が十分にあると考えられるので、この結果は水分を含む試料に対して、共鳴法による連続空気量推定の有効性を示すものである。また、乾燥状態において精度良く推定できていることから、少なくとも間隙に相当する体積 20 cm^3 程度までの空気量に対して質点近似が有効であることも確認できる。全空気飽和度が約 0.5 以下では、連続空気の飽和度は全空気飽和度よりも小さく、その変化の仕方は、二つの砂試料で若干異なり、全空気飽和度が $0.4 \sim 0.5$ の範囲では、鳥取砂丘砂の方が大きかった。鳥取砂丘砂は相馬珪砂に比べて平均粒径が小さく、粒径分布に幅がある。したがって、試料内の水分が小さな間隙に捉えられ、

比較的大きな間隙が連続空気相の形成に寄与したと考えられる。

Fig. 9 は、砂充填試料の連続空気量の飽和度とエネルギー比の関係である。また、Table 1 にもエネルギー比の値を示す。すべての試料でエネルギー比は 0.5 より大きく、各空気飽和度において試料中の全ての連続空気が振動したと考えられる。したがって、全空気飽和度 0.5 以下でも連続空気量の推定値は正しいといえる。全空気飽和度は試料の全ての空気を反映したものであるから、1:1 の直線からのずれは封入空気の飽和度を表している。このように、試料の三相分布を求めるための従来の方法

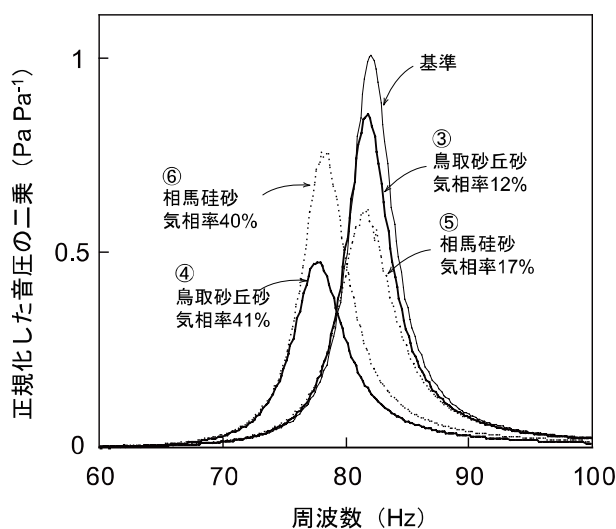


Fig. 7 砂充填試料の共鳴曲線の測定例。
Measurement example of resonance curve for the sand-filled sample.

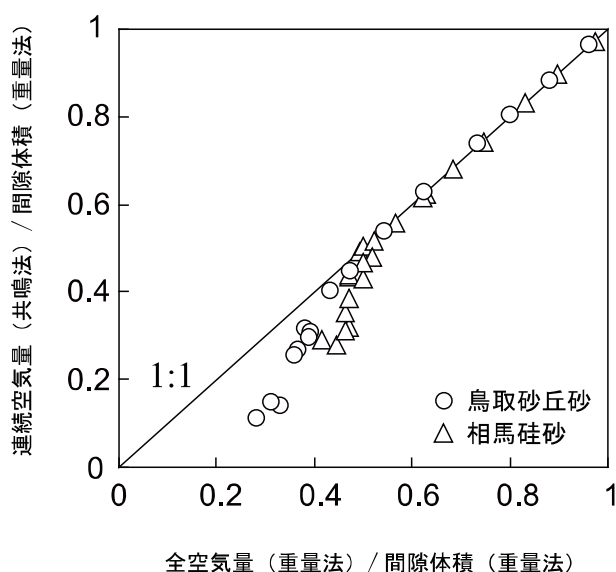


Fig. 8 砂充填試料の全空気飽和度と連続空気飽和度の推定値の関係。
Relationship between degree of saturation for total air space and estimated degree of saturation for continuous air space for the sand-filled sample.

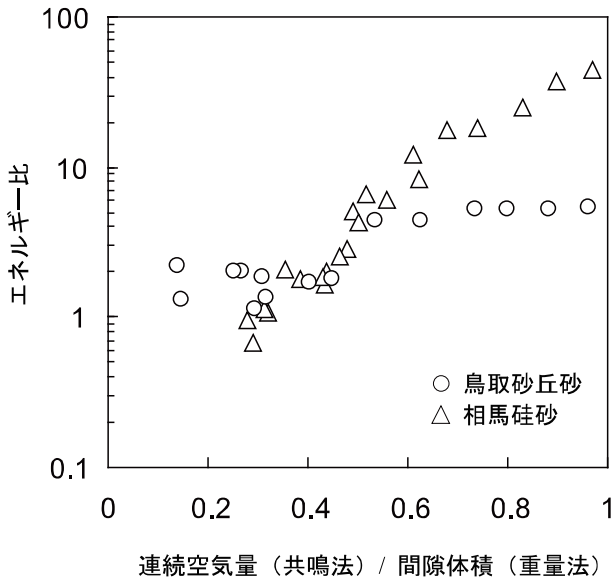


Fig. 9 インピーダンス測定値から求めた砂充填試料の損失エネルギーとポテンシャルエネルギーの比と連続空気飽和度の関係。
Relationship between the ratios of dissipation energy to potential energy obtained from impedance measurements and degree of saturation for continuous air space for the sand-filled sample.

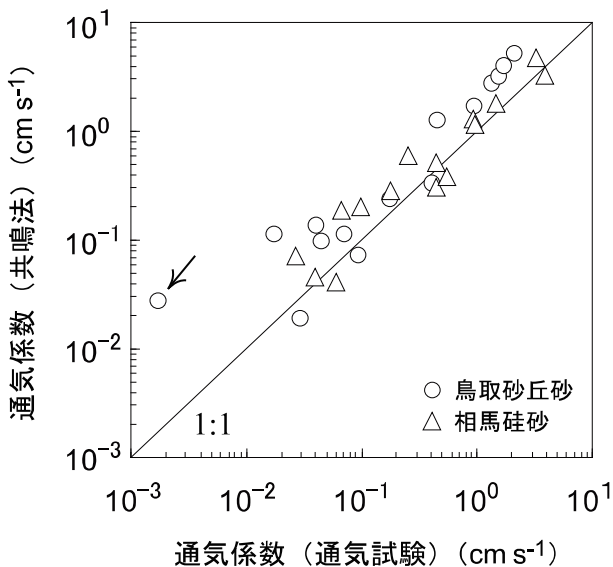


Fig. 10 通気試験による砂充填試料の通気係数と共鳴法による推定値の関係。
Relationship between air conductivity obtained by measurement, and that obtained employing the resonance method for the sand-filled sample.

(重量法)と共鳴法を組み合わせることで、試料空気を大気と連続しているものと封入されているものに区別することができる。

3.3 砂充填試料の連続空気の通気性の評価

通気試験の結果、いくつかの砂充填試料は通気しなかった。そのような試料においても、共鳴法による推定値は、 $0.003 \sim 0.2 \text{ cm s}^{-1}$ となった。これは、locally accessible air の存在が影響していると考えられる。Fig.

10 に通気試験から求めた通気係数と共鳴法から推定した値の関係を示す。対数軸を用いているため、通気係数 0 は表示されない。鳥取砂丘砂、相馬砂とも、1:1 の直線よりやや上側にばらついたが、実際の通気係数に対する推定値の増加傾向は同じであった。鳥取砂丘砂の充填試料の中で最も通気係数が小さかった試料の推定値は、実際の通気係数より約 60 倍大きく、他の結果と大きく異なった (Fig. 10 の矢印付○)。

計算に用いた試料の長さ (V_0/A) は連続空気量 V_0 によって変化する量である。連続空気の体積割合を P 、試料の長さを d で表すと、 $V_0 = APd$ であり、 $V_0/A = Pd$ となる。第 2 章で述べたように、Beranek (1942) は多孔質体のインピーダンスモデルを質点で近似する際に、試料長として $d/3$ を得た。 $V_0/A = Pd$ と $d/3$ の比較から、 $P = 1/3$ 、つまり連続空気の体積割合が 33% 以上のとき本研究のモデルが通気係数を過大評価する可能性が高い。しかしながらいくつかの試料では連続空気量が 33% 以下であるにもかかわらず、通気係数の推定値は過大評価された。さて、共鳴周波数と共鳴幅の測定誤差は大きく見積もっても 0.5 Hz 程度である。式 (3) ~ (9) より、長さ 100 cm の共鳴筒の場合に 0.5 Hz の測定誤差によって連続空気量の推定値は約 2.5 cm^3 、通気係数の推定値は約 3 倍変化する。これらの値と実際を比較すると、通気係数の推定値の中には、矢印で示したものも含めて、湿潤側に誤差より大きな値を示したものがある。以上より、試料の上端と下端が連続しているような試料においても、locally accessible air の存在によって連続空気量の通気性が通気試験によって求まるものより大きくなる可能性がうかがえる。乾燥側の試料では、想定される誤差を超えるばらつきは見られなかったため、locally accessible air が permeable air になることによって、連続空気の通気性が通気試験によって求まるものに等しくなると考えられる。

4. まとめ

インピーダンス測定による連続空気量と通気係数の推定を目的として、砂、ガラスビーズを用いた音響試験および通気試験を行った。その結果、インピーダンス測定によって湿潤試料の連続空気量を推定でき、重量法の結果と比較することで封入空気と連続空気を分離できることが明らかになった。連続空気を質点で近似することによって推定値は過小評価されるが、およそ 20 cm^3 までの連続空気量に対して質点近似は有効であることが分かった。また、インピーダンスは通気係数の良い推定値

を与えることが示された。湿潤状態で推定値が測定値より大きく出る場合、試料の両端をつないでいない連続空気 (locally accessible air) の影響が考えられる。

質点近似は air pycnometer method の原理を変更なしに振動系に拡張したものである。したがって、air pycnometer method は音響測定の持つ簡便さと、通気性の同時測定という価値を付加されたことでより強力な方法になったといえる。また先にも述べたように、質点近似が有効な連続空気体積 20 cm^3 は容積 50 cm^3 円筒容器に充填した土壌試料の間隙体積に相当しているため、一般的な砂質土壌であれば、これは水分の含む試料を調べるとき十分な量である。音響測定は、土壌の気相の構造を空気の連続性という視点で調べることに向いている。この視点は空気飽和度と通気係数の関係を論じたこれまでの研究をさらに発展させるものである。また、音響測定は現場における気相率や通気係数の測定に対しても貢献できる。このような発展のために、現場土壌への適用を図ることは今後の課題である。

謝辞

本研究は、鳥取大学乾燥地研究センター共同利用研究 (自由研究) に基づき実施された。実験装置の作成に関して、西津貴久准教授 (岐阜大学)、井上光弘教授 (鳥取大学乾燥地研究センター) にご協力いただいた。ここに感謝する。

引用文献

- ASTM C384-04: Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials by impedance tube method. American Society for Testing and Materials.
- ASTM E1050-08: Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones and a digital frequency analysis system. American Society for Testing and Materials
- Attenborough, K. (1985): Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces. *J. Sound Vib.*, 99: 521–544.
- Beranek, L.L. (1940): Precision measurement of acoustic impedance. *J. Acoust. Soc. Am.*, 12: 3–13.
- Beranek, L.L. (1942): Acoustic impedance of porous materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 13: 248–260.
- Crawford Jr., F.S. (1968): *Waves: Berkeley physics course*, volume 3. pp. 102–224, McGraw-Hill, New York.
- Debacker, L.W. (1967): The measurement of entrapped gas in the study of unsaturated flow phenomena. *Water Resour. Res.*, 3: 245–249.
- Fischer, U., Dury, O., Fluhler, H. and van Genuchten, M.T. (1997): Modeling nonwetting-phase relative permeability accounting for a discontinuous nonwetting phase. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 61:1348–1354.
- Grover, B.L. (1955): Simplified air permeameters for soil in place. *Soil Sci. Soc. Proc.*, 19: 414–418.
- Ingard, U. and Bolt, R.H. (1951): A free field method of measuring the absorption coefficient of acoustic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 23: 509–516.
- Legouis, T. and Nicolas, J. (1987): Phase gradient method of measuring the acoustic impedance. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81: 44–50.
- Meyer, E. and Neumann, E.G. (1972): *Physical and applied acoustics: An introduction*. p.16, Academic press, New York.
- Mills, C.A. and Spiekermann, C.E. (1992a): Evaluating acoustical absorption coefficients by comparative analysis: Theory part. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91: 696–703.
- Mills, C.A. and Spiekermann, C.E. (1992b): Evaluating acoustical absorption coefficients by comparative analysis: Experimental part. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91: 704–712.
- Moore, H.M. and Attenborough, K. (1992): Acoustic determination of air-filled porosity and relative air permeability of soils. *J. Soil Sci.*, 43: 211–228.
- Paris, E.T. (1927): On resonance in pipes stopped with imperfect reflectors. *Phil. Mag.*, 4: 907–917.
- Pierce, A. D. (1981): *Acoustics: An introduction to its physical principles and applications*. p.120, McGraw-Hill, New York.
- Sabatier, J.M., Hess, H., Arnott, W.P., Attenborough, K., Romkens, M.J.M. and Grissinger, E.H. (1990): In situ measurements of soil physical properties by acoustical techniques. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52: 658–672.
- Savitzky, A. and Golay, M.J.E. (1964): Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Anal. Chem.*, 36: 1627–1639.
- Stonestrom, D.A. and Rubin, J. (1989a): Water content dependence of trapped air in two soils. *Water Resour. Res.*, 25: 1947–1958.
- Stonestrom, D.A. and Rubin, J. (1989b): Air permeability and trapped-air content in two soils. *Water Resour. Res.*, 25: 1959–1969.

要 旨

音波を用いた大気と土壌空気の連続性の評価は十分に検討されていない。本研究では、共鳴を利用して試料表面のインピーダンスを測定し、試料を質点で近似して試料の連続空気量と通気係数を推定した。砂、ガラスビーズを用い、音響試験とあわせて通気試験を行い、推定値と比較した。その結果、インピーダンス測定によって砂充填試料の連続空気量を精度よく推定できること、従来の三相分布を求める方法と組み合わせることで、連続空気と封入空気を分離できることが分かった。また、連続空気を質点で近似する方法は 20 cm^3 程度の連続空気量に対して有効であることが分かった。通気係数に関して、通気試験の結果との比較から、インピーダンス測定によって試料の片面を通じて大気と連続した気相の通気係数を求めることができることが分かった。

キーワード：音波，砂，空気量，通気係数，連続性