

古典を読む

Geostatistics を先取りした土壌科学者

— Richard Webster による

土壌の理化学性のばらつきに関する三つの論文—

原口暢朗¹

Reviewing classical studies in soil physics

Three pioneering papers on spatial dependence of soil properties by Richard Webster,
a soil scientist who was one step ahead of geostatistics

Noburo HARAGUCHI¹

1. はじめに

耕地であれ未耕地であれ、野外土壌の理化学性の場所によるばらつき、空間的不均一性は、土壌科学に携わる研究者を常に悩ます問題である。岩田進午博士は、著書の中でこの事情を“Researchers who choose the natural world as the subject of study, soil scientists, hydrologists, geologists and meteorologists, have wrestled with the spatial heterogeneity of the physical and chemical quantities they measure” と的確に述べている (Iwata et al., 1995)。長年、この難問に対して古典的な推測統計学が適用されてきたが (Cline, 1944)、1960 年代に鉱山開発の分野において、新たな確率統計手法として地球統計学 (geostatistics) が提案された (Matheron, 1965)。公表された内容は数学的に難解であったため、しばらくの間、この新手法の存在は広く世に知られなかった。土壌科学分野でこの手法の存在が認知された時期は、この手法の解説書「Mining Geostatistics」(Journel and Huijbregts, 1978) の公表後であったと推察される。

新しい測定方法や解析手法の提案は、しばしば研究を活性化し、これらに関連する多くの論文の公表のきっかけを与える。土壌科学、水文科学における地球統計学もこの例に倣った。1980 年初頭から十数年間、この解析手法に関連したきわめて多くの論文が、土壌科学、水文科学分野の学術雑誌に公表された (Table 1)。これに先立ち、土壌物理学や水文科学において、分野を代表する何人かの研究者が水移動方程式の不均一系への適用に注意を向けていた (Nielsen et al., 1973; Freeze, 1975)。このような研究動向は、地球統計学に関連する多くの論文の公表を促す要因となったと推察される。

2000 年以降、Table 1 に示す学術雑誌の傾向を見る限り、このトピックに関連する論文数はピーク時より少なくなってきた。しかし、Table 1 以外の雑誌 (例えば、Geoderma) では、最近でもこのトピックに関連する論文の公表が少なくないようである。土壌物理分野では、1985 年ごろの一時の熱気が感じられないが、水文科学のようなマクロスケールを扱う研究分野において、この手法は定着したのかもしれない。

地球統計学が提示した「空間的相関」は、古典的な統計学以外に土壌のばらつきを処理する方法を知らなかった多くの土壌科学者にとって、きわめて斬新な概念であっ

Table 1 1980 年以降土壌科学、水文科学に関係する四つの学術雑誌における geostatistics を扱った論文数。

The number of papers related to geostatistical analysis published in four journals of soil and hydrological science since 1980.

年次	雑誌名 (略称)				合計
	SSSAJ ¹⁾	Soil Sci. ²⁾	J. Soil Sci. ³⁾	WRR ⁴⁾	
1980	0	0	3	1	4
1981	7	0	1	2	10
1982	5	0	0	5	10
1983	3	1	3	6	13
1984	9	0	3	4	16
1985	10	0	0	8	18
1986	9	1	1	5	16
1987	7	1	1	13	22
1988	12	2	0	8	22
1989	5	2	2	13	22
1990	6	0	2	12	20
1991	3	2	2	13	20
1992	3	1	2	13	19
1993	3	0	0	17	20
1994	0	0	1	13	14
1995	2	2	0	18	22
2000	0	1	2	11	14
2005	2	0	0	8	10

¹National Agriculture and Food Research Organization, National Institute for Rural Engineering, 2-1-6, Kannondai, Tsukuba, Ibaraki, 305-8609, Japan. Corresponding author: 原口暢朗, 独立行政法人 農業・食品産業技術総合研究機構
2009 年 7 月 29 日受稿 2009 年 10 月 26 日受理
土壌の物理性 113 号, 43-51 (2009)

表中の数字は、Geostatistics に特有な手法 (空間的相関, kriging) を主要な内容とする論文の数 (筆者のカウントによる)

¹⁾Soil Science Society of America Journal

²⁾Soil Science

³⁾Journal of Soil Science (1994 年より European Journal of Soil Science)

⁴⁾Water Resources Research

たようである。このことは、1981 年から数年間に公表された複数の論文が、「土壌の理化学性の空間的相関に関する調査報告」といった性格を有していたことから窺うことができる（例えば、Gajem et al., 1981; Vieira et al., 1981）。一方、ある土壌科学者は、地球統計学が認知される以前に、野外土壌の理化学性に空間的相関があることを突き止めており、この概念を活用した研究展開を模索していた。彼にとって、地球統計学は待ち望んでいた解析手法であったに違いない。土壌調査分類学者の Richard Webster がその人である。

ここで、Webster について簡単に紹介する。彼は 1933 年にイギリスのダービー市で生まれた。シェフィールド大学で化学を専攻した後、ロンドン大学とローザムステッド農業試験場で土壌学と統計学を学び、以後は土壌調査分類に関する研究に従事した。彼は、従来の経験的な土壌調査分類学に対して問題意識を持ち、合理的な土壌調査および土壌図作成のための数理統計学的手法の開発を一貫して追及した。航空写真から土壌図の境界を推測するための解析方法を含む初期の研究によって、1966 年にオクスフォード大学で博士号を取得した。1968 年から 22 年間ローザムステッド農業試験場に籍を置き、土壌調査データの空間的不均一性を解析する数理統計学的手法の確立に多大な貢献をした。特に、土壌科学に地球統計学をいち早く導入するとともに、この新手法の土壌調査データへの応用に関する多くの論文を公表した。彼の一連の業績をきっかけに、ペドメトリクス (Pedometrics) という新たな研究領域が誕生し、彼はその創始者の一人とされている。その後、彼はスイス連邦工科大学に転任、退官したが、現在でもなお研究活動を続けている。IUSS (International Union of Soil Science, ISSS (International Society of Soil Science) の後継組織) は彼の業績に因み、“The Dokuchaev Award”, “The von Liebig Award” および “The Kubierna Medal” に次ぐ四番目の表彰として、2006 年の研究集会から “The Richard Webster Medal” を創設した。このことは、彼の顕著な業績を端的に示している。

筆者と Webster との接点は、二十数年前 (昭和 60 年頃) にさかのぼる。当時、筆者は土壌物理性の空間的不均一性に興味を持ち、地球統計学に関連したテーマを模索しており、これに関係する文献収集の過程で彼の名前と業績の一部を知った。百点余り収集した文献の中で、とりわけ彼の論文は筆者に強い印象を与えた。Webster とその共同研究者は、1980 年からごく短期間に地球統計学に関係した複数の論文を連続して公表した。収集した文献の中で、このような例は他に見当たらなかった。地球統計学に対する彼の熱意は何に由来するのか、漠然とした興味を持った。また、本稿で採り上げる 1971 年の論文は、収集した文献の中で、土壌理化学性の不均一性と土壌の実態との関係を論じた唯一のものであった。筆者はこの論文によって初めて、土壌の不均一性という抽象的な研究対象に物理的なイメージを持つことができた。一生忘れられない論文である。加えて、公表当時は

知られていなかった地球統計学の概念を示唆する内容が含まれていた。この論文は、後の地球統計学に関係した一連の論文の伏線になっているのではないかと想像した。かような経緯で、一面識もない Webster の名前と彼の業績は、筆者の研究経歴の中でも特に記憶に残るものであり、本講座の担当編集委員からの執筆の打診に際し、迷わず彼の業績を採り上げることにした。

本稿では、Webster が野外土壌の理化学性のばらつきなどのような点に関心を抱いたのか、どのような経緯で空間的相関という概念に行き当たったのか、地球統計学の登場をどのように受け止めたのか、三つの論文を紹介しつつその過程を追ってみたい。

2. 論文を読む

2.1 第一の論文

Beckett, P. H. T. and Webster, R. (1971): Soil variability: a review. *Soils and Fertilizers*, 34: 1–15.

はじめに紹介する論文は、土壌の理化学性のばらつきに関する既往の土壌調査結果のレビューである。この論文において、著者らは「土壌の理化学性のばらつき (変動係数) はサンプリング調査を行う領域の面積 (以下、『サンプリングの対象面積』) の増大に伴って増大する」という傾向があることを示し、この傾向をもたらす要因を論じた。

一見何の変哲もない上記の事柄は、実は土壌の理化学性データの空間的相関と深い関連がある。この事柄は「サンプリングの対象面積が小さい場合に観測される土壌のばらつきは相対的に小さい」ことを述べており、言い換えれば「互いに近い距離にある土壌は互いに似通っている、すなわち土壌に空間的な相関がある」ことを示唆している。

かように、この論文は土壌の理化学性の空間的相関に関する先駆的な内容を含んでいる。筆者は、土壌科学における地球統計学の源流にあたる論文として、広く認識されて良いのではないかと考える。

現時点での解釈は別として、「空間的相関」という用語はこの論文のどこにも記されていない。実際、このレビューの目的は、土壌の空間的相関とは全く別のところにあった。著者らはどのような動機から土壌の理化学性のばらつきのレビューを行ったのであろうか？

2.1.1 序文

本論文の冒頭に、このレビューに関する背景と動機が記されている。「土壌図の利用者は、同じ名前で分類された領域内の土壌はどの程度均一か、言い換えれば、どの程度のばらつきを持っているか知りたがっている」、「土壌図の純度 (purity)¹⁾」に関するいくつかの報告はあるが、同じ名前で分類された土壌図の領域内において、許容される土壌理化学性のばらつきの最大値はどの程度か議論されたことはない」、「しかしながら、耕地やその他の管理単位、あるいは土壌図の領域内に存在するばらつきに関して、およそその実態を把握しておくことは有益である」。

これらの記述から、著者らは当時の土壌図の信頼性あるいは客観性に関心を抱いており、信頼性を数値的に評価するために、土壌の理化学性のばらつきのレビューを行ったことが窺える。

2.1.2 土壌のばらつきとサンプリングの対象面積との関係

序文に続く本章は、三つの部分から構成されている。第一の部分では、土壌の性質にばらつきをもたらす要因 (the sources of variability) に関する一般的・概念的な考察、第二の部分では、耕地土壌における理化学性のばらつきに関する考察、第三の部分では、土壌の理化学性の変動係数と調査対象面積との関係に関する総合的な考察、である。これらのうち、第一と第三の部分が重要である。

第一の部分で、著者らは、「土壌の性質にばらつきをもたらす要因のいくつかは狭い面積で作用し (例えば、土壌生物の活動)、いくつかは広範囲で作用する (例えば、気候の地域的な変化)」と述べた上で、母材、気候、地形、土壌中の諸反応、生物活動 (植物、土壌生物など) を例に取ってその作用を説明している。そして、次の段落において以下のように総括している。「狭い面積で作用する要因 (土壌生物の活動など) は、サンプリングの対象面積が狭くても広くてもその領域内で観測される土壌のばらつきに寄与する。一方、広範囲で作用する要因 (気候の地域的な変化など) は、サンプリングの対象面積が広い場合に観測される土壌のばらつきに寄与する。これらの効果が上乗せされる結果、土壌のばらつきはサンプリングの対象面積の増大に伴って増大する傾向があると思われる。」

「土壌のばらつきはサンプリングの対象面積の増大に伴って増大する傾向」のイメージを Fig. 1 に示す。ある方向に沿った土壌のばらつき (図中の) は、短い距離で作用するばらつき (図中の) と長い距離での変動 (図中の) の重ねあわせである。短い距離で作用するばらつきの大きさは、サンプリングの対象範囲の大小によらず概ね一定である。この結果、対象範囲が相対的に小さいとき (図中の sampling area 1), 主に短い距離で作用するばらつきが観測される (図中の)。一方、対象範囲が相対的に大きいとき (図中の sampling area 2), 短い距離で作用するばらつきに長い距離での変動を加えたものがばらつきとして観測される (図中の)。

第三の部分では、第一の部分で一般論として推定した「土壌のばらつきはサンプリングの対象面積の増大に伴って増大する傾向」に一致する多くの事例が述べられている。これらの事例は、横軸に調査対象面積の平方根の対数 (Log d), 縦軸に変動係数の二乗を取ったグラフ (Fig. 2: 原文の Fig. 1 の一部) に整理されている。加えて、「わずか 1 m² の面積で観測される分散は、約 1 ha の面積で観測される分散の半分以上を占める」という事柄が強調されている。

前述したように、「土壌のばらつきはサンプリングの対象面積の増大に伴って増大する」という結論は、土壌

の空間的相関を示唆する。すなわち、Fig. 2 は、地球統計学において距離とともに単調に増加するセミバリオグラム (semi-variogram) と同じ意味を持つ。なお、「わずか 1 m² の面積で観測される分散は、約 1 ha の面積で観測される分散の半分以上を占める」という結論は、次に紹介する論文において、土壌の空間的なデータ系列の特徴を論じる際に利用されている。著者らはこの知見も重要視していたと思われる。

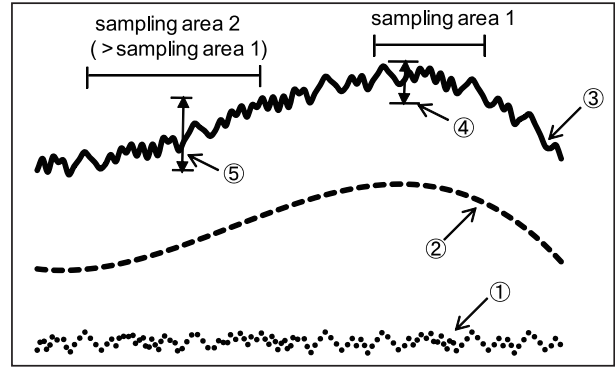


Fig. 1 Soil variation の起源およびサンプリング面積の増大に伴うばらつきの増大を説明する模式図。(short-range variation, long-range trend, real variation (short-range + long range), sampling area 1 に対応する変動, sampling area 2 に対応する変動)。

An illustration explaining the sources of soil variation and the variability in relation to the size of the sampling area originally proposed by R. Webster.

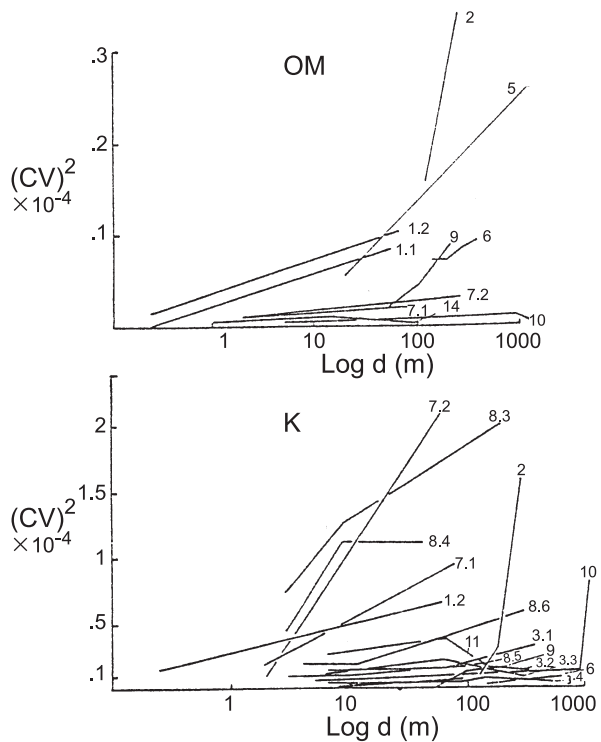


Fig. 2 サンプリングの対象面積の増大に伴う土壌のばらつきの増大 (Beckett and Webster, 1971, Figure 1) .

The increase in soil variability with the size of the area sampled. Variability is measured as Variance/(mean)² (or (CV)² × 10⁻⁴), and the sampling area is indicated by d = (Area in m²)^{1/2}. (Beckett and Webster, 1971, Figure 1).

2.1.3 土壌図の領域内の土壌理化学性のばらつき

本章では、筆者らが冒頭に掲げた問題、すなわち土壌分類学上のカテゴリ (Type, Series, Family, など) に対応する土壌図の領域内の理化学性のばらつき、特に土壌図の純度について総括が試みられている。しかし、データの量と質が十分ではなかったゆえか、前章に比較して、本章における結論は明確でない。

2.2 第二の論文

Webster, R. and Cuanalo, H. E. (1975): Soil transect correlograms of North Oxfordshire and their interpretation. *Journal of Soil Science*, 26: 176–194.

次に紹介する論文は、測線上に等間隔で取得された土壌理化学性データ系列に自己相関関数 (correlogram) を適用し、この手法が土壌図の境界の合理的な決定に有用であることを論じたものである。本論文において、著者らは時系列解析で一般的に用いられる自己相関の概念を、はじめて土壌理化学性の空間的なデータ系列に応用した。

著者らが地球統計学の存在を知らずにこの論文を公表したことが、後年の Webster 自身の回顧によって明らかである (Webster, 1985)。この意味で、本論文は土壌の空間的相関に関する先駆的な業績である。ただし、自己相関関数を用いた論理展開は、本論文に独特のものであった。

著者らがどのような経緯で自己相関関数に着目し、解析結果をどのように展開したのか、以下に論文の主要な部分を紹介する。

2.2.1 序文

著者らは、冒頭で「互いに近接した土壌は似通っているが、互いの距離が離れた土壌は異なっていることが多い。もし互いに近接した土壌が似通っていなければ、土壌図は意味をなさないであろう」と述べ、「土壌をどのようなスケールで図化すべきかを検討するために、土壌が空間的にどのように変化しているのか調査する必要がある。この目的で、一般に測線 (transect) に沿った調査が行われる」と続けている。

これらの文章から、著者らは、野外土壌の理化学性における空間的相関のイメージをすでに持っていたこと、合理的な土壌図の作成方法に関心を持っていたことが窺われる。

2.2.2 測線上に沿ったサンプリングと解析

はじめに、「測線上に等間隔で取得された土壌理化学性データは空間的な系列 (spatial series) を構成する」と述べている。次いで、「系列の全変動は、変動幅の大きい短周期のばらつき (short-range variation) と長周期の傾向 (long-range pattern) の重ね合わせである」と記し、この裏付けとして前に紹介した論文 (Beckett and Webster, 1971) の知見を引用した。

このようなデータ系列から長周期の傾向成分を分離するために用いられる既存の解析法としてトレンド解析 (trend analysis)²⁾ を挙げ、その問題点を「長距離にわた

る複雑な傾向に対して、トレンド解析で用いられる関数 (例えば、多項式) の形はきわめて複雑になる」と述べている。これに続いて「自己相関 (autocorrelation) は、これに代わる解析方法である」と述べている。

これらの文章から、著者らは土壌理化学性の空間的なデータ系列の変動パターンとして Fig. 1 のようなイメージを持っていたこと、トレンド解析に代わるこのようなパターンの解析方法を模索する中で、自己相関に行き当たったことが窺われる。

2.2.3 調査地およびデータ

North Oxfordshire に設けられた 3.2 km の測線に沿って、10 m 間隔で土壌調査を行い、各点で 62 項目のデータを得たと述べられている。

2.2.4 結果と解釈

調査結果のうち、6 項目の理化学性の自己相関関数 (原文の Fig. 6 から Fig. 11) に共通して認められる三つの特徴が述べられている。自己相関関数の一部を Fig. 3 および Fig. 4 に示す (原文の Fig. 8 および Fig. 9 にそれぞれ対応)。

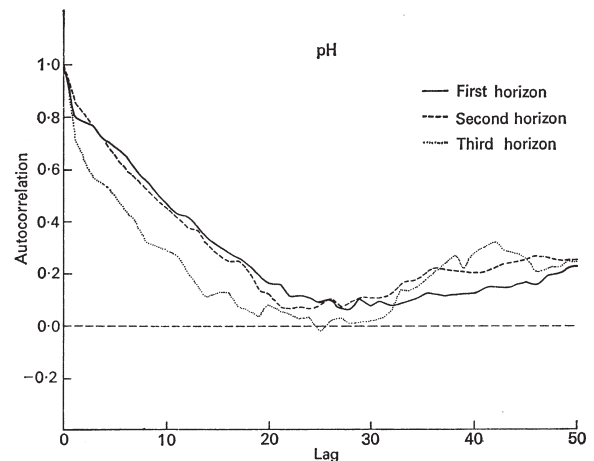


Fig. 3 pH の自己相関関数 (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 8).

Correlograms for pH (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 8).

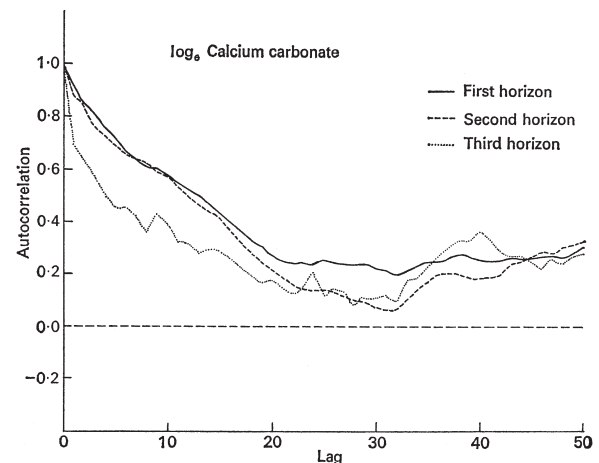


Fig. 4 炭酸カルシウム含有量の自然対数の自己相関関数 (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 9).

Correlograms for carbonate content expressed as natural logarithm of percentage (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 9).

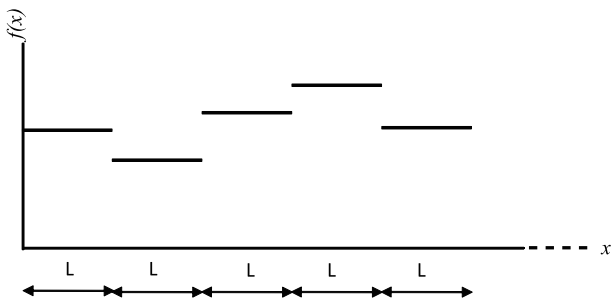


Fig. 5 距離 L で空間的無相関になるような自己相関関数に対応する仮想的な系列 $f(x)$ の模式図（一定距離 L ごとに異なった値が割り当てられるような系列）。

An illustration for a hypothetical spatial series with correlogram in which autocorrelation becomes zero at lag distance L originally proposed by R. Webster (A series consists of portions each with the same length and to each is assigned a constant value different from its neighbors).

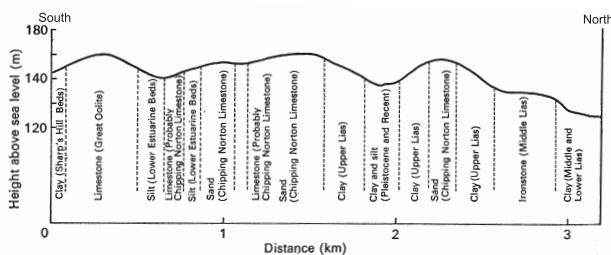


Fig. 6 測線に沿った地表面の変化と地質学的露頭の分布 (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 2) .

Graph of the topographic surface along the transect showing the geological outcrops (Webster and Cuanalo, 1975, Figure 2).

- (1) ラグ 0 (自己相関係数 = 1) からラグ 1 に至る急激な (自己相関係数の) 低下
- (2) その後の (自己相関係数の) 直線的な低下
- (3) ラグ 23 (230 m) において急に 0 または平らになる

著者らは上記の (1) に関して、ラグ 0 からラグ 1 に至る変化に不連続性が認められ、最小のサンプリング間隔より短い距離に存在する大きなばらつきがこの不連続性の原因であると述べている。この解釈は、地球統計学においてナゲット効果 (nugget effect) と呼ばれる概念の説明と同義である。

次に、著者らは、ラグ 23 (230 m) 付近で自己相関関数が 0 または平らになる (実質的に空間的無相関になる) データ系列として、「測線に沿って一定距離 (ここでは 230 m) ごとに、互いに異なる一定値が割り当てられるような系列」を想定した。この系列のイメージを Fig. 5 に示す。

著者らは Fig. 5 のイメージを、調査した測線上の母岩の分布 (Fig. 6, 原文の Fig. 2) と関係づけた。すなわち、Fig. 6 において異なる母岩が測線上に出現する平均間隔 (約 214 m) は、空間的無相関になる距離 (約 230 m) に近い値であることを指摘した。このような考察を通じ、筆者らは自己相関関数が 0 または平らになるような距離は、土壌の性質が変化する地点の検出すなわち土壌図の境界の合理的な決定に有効であると結論づけた。

このように、本論文において、自己相関関数は空間的

無相関となる距離の検出、すなわち土壌図の領域の合理的な決定に関わる土壌の変化点の検出のために用いられた。

2.3 第三の論文

Burgess, T. M. and Webster, R. (1980a): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties I. The semi-variogram and punctual kriging. *Journal of Soil Science*, 31: 315-331.

最後に紹介する論文は、Webster らが地球統計学を土壌科学に導入し、手法の紹介と土壌データへの適用を通じてその有効性を論じたものである。この論文は、*Journal of Soil Science* 誌に公表された一連の論文 (Burgess and Webster, 1980a; Burgess and Webster, 1980b; Webster and Burgess, 1980; Burgess and Webster, 1981; McBratney and Webster, 1983) の中で最初に発表された論文である。

これまで紹介した二つの論文において、Webster の関心は、「伝統的な土壌分類を合理的に行うための数理的な研究手法の追求」にあったと思われる。しかし、この論文以降、Webster が伝統的な土壌分類に関連した論文を公表することはなかった。数学的な理論に裏付けられたクリギング (kriging) に基づく土壌の理化学性の等値線図は、Webster が追求してきた理想の土壌図であったのではないかと推察される。Webster は、上記の一連の論文を含め、土壌の理化学性に対する地球統計学の適用に関する論文を次々と公表した。これら一連の成果は、*Advances in Soil Science* Vol. 3 にまとめられている (Webster, 1985)。

このような意味で、本論文では二つの重要な事項が述べられている。第一は、「伝統的な土壌図とクリギングに基づく図化との違い」についてである。ここで、両者の質的な違いが論じられ、クリギングに基づく図化の優秀性が強調された。第二は、「ナゲット効果の大きいセミバリオグラムを持つ土壌の理化学性に対する点クリギング (punctual kriging) の限界」についてである。ここでは、第二の論文で紹介した自己相関関数の特徴が念頭にあったと思われる。

これらの点に関して、原文に沿って紹介する。

2.3.1 序文

著者らは以下のような論理を展開し、調査地点が密な場合の未調査地点における土壌の性質の推定法として、地球統計学の方法論、特にクリギングに基づく図化手法の優秀性を論じた。

はじめに、著者らは、調査地点が疎な場合、伝統的な土壌図を用いた未調査地点における土壌の性質の推定方法を記している。この方法の骨子として、以下の古典的な統計学の一元配置モデルが記述されている。すなわち、あるカテゴリに分類された土壌図の領域 j 内の地点 i において、ある土壌の理化学性 Z の値は次式で表される。

$$Z_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

ここで、 μ は全体の平均、 α_j は土壌図の領域 j 内の平均と全体の平均との差、 ε_{ij} は誤差項 (平均 0, 分散 σ_{ij}^2)。このモデルによる土壌の理化学性 Z の推定値と推定誤差は、未調査地点の位置によらず常に等しく、調査地点と未調査地点との位置関係が考慮されない。

次に、「調査地点が密な場合、未調査地点における土壌の性質の推定は、調査地点と未調査地点との位置関係を考慮した内挿によって行われるべきである」と述べるとともに、既往の内挿法 (三角形分割による内挿 (linear interpolation across a triangulation), 距離またはその二乗に反比例した重み付けによる内挿 (inverse distance and inverse-square distance weighted averaging) など) は、「推定値に偏りが生じる可能性がある」、「誤差分散が示されない」という点で理論的に不十分であると指摘した。

このような既往の内挿法に関する問題点の指摘を踏まえ、クリギングは、未調査地点における土壌の性質を「偏りなくかつ最小の誤差分散を伴って推定」する点で優秀な内挿法であると結論づけた。

かように、著者らは土壌科学への地球統計学の導入にあたり、この手法の優秀性を論理的に明確にした。同時期に公表された多くの論文において、このような明確な論理展開が見られないのと対照的である。

2.3.2 空間的従属とセミバリオグラム

2.3.3 点クリギング

序文に続くこれら二つの章では、空間的相関を扱うセミバリオグラムの理論とこれを用いた点クリギングの方法論が紹介されている。これらの内容は、一般の解説書と同様であり、ここでは省略する。

2.3.4 等方的なデータに基づくクリギングの事例

2.3.5 異方性のあるデータに基づくクリギングの事例

これら二つの章では、調査データに等方的なまたは異方性のあるセミバリオグラムを当てはめ (等方性のデータ二例, 異方性のデータ一例), 点クリギングを適用して作成された等値線図が示されている (原文の Fig. 3, Fig. 5 および Fig. 7)。セミバリオグラムと等値線図の組み合わせの例を Fig. 7 および Fig. 8 に示す (原文の Fig. 2 および Fig. 3 にそれぞれ対応)。ただし、これらは、セミバリオグラムにおける大きなナゲット効果が等値線を不連続にする例として意識的に示されたものである。

著者らは、これに続く論文 (Burgess and Webster, 1980b) において、同じデータにブロッククリギング (block kriging) を適用し、点クリギングに比べてより滑らかな等値線図が得られることを示した。

3. おわりに

筆者が地球統計学と出会った頃、「空間的相関」という目新しい概念を持って登場した新手法に大きな期待が寄せられたことが、当時の土壌物理学の成書から読み取ることができる (Warrick and Nielsen, 1980)。土壌物理およびペドロロジー分野のビッグネームであった Nielsen と Bouma の編集による「Soil spatial variability」の刊行

は 1985 年であり、この時点で、多くの科学者の中で諸分野における地球統計学を用いた研究の新たな展開の可能性に関する活発な議論が交わされていた。このような動向の傍ら、Webster はすでに地球統計学に関する多くの成果を公表し、取りまとめていた (Webster, 1985)。本稿で紹介したように、地球統計学に辿り着くまでの間、Webster は土壌調査分類手法に数理統計学的な合理性を持ち込むべく、長期間にわたり研究を継続するとともに、土壌調査分類に横たわる難問である土壌のばらつきを野外土壌の実態と関係づけて解釈を試みようとした。このユニークなアプローチによって、彼は独自に空間的相関の概念に到達し、地球統計学をいち早く取り込んで研究を展開することができたのではないだろうか。

土壌科学には未だ「難問」と言える課題がいくつか残されている。本稿で紹介した Webster の例は、困難な課題に対する多角的なアプローチと実態に立ち返った深い思考の重要性を示唆していると思われる。

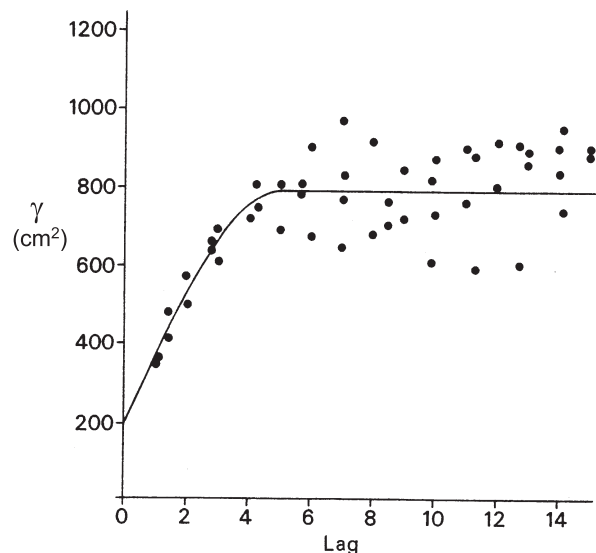


Fig. 7 表層ロームの厚さのセミバリオグラムと適合する球モデル (Burgess and Webster, 1980a, Figure 4). Semi-variances of the depth of cover loam with a spherical model fitted (Burgess and Webster, 1980a, Figure 4).

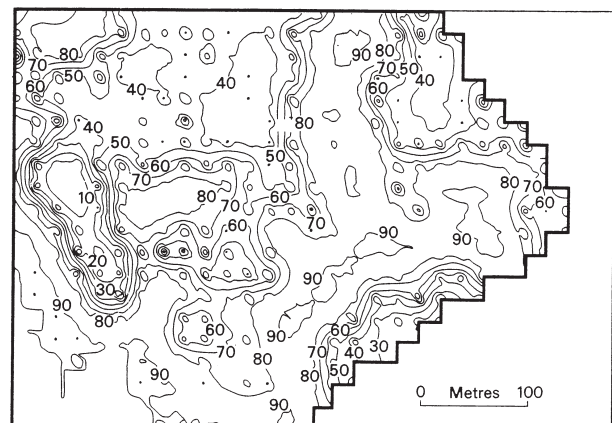


Fig. 8 punctual kriging により作成された表層ロームの厚さの等値線図 (Burgess and Webster, 1980a, Figure 5). Isarithm map of cover-loam thickness produced by punctual kriging. Isarithms are at 10cm intervals (Burgess and Webster, 1980a, Figure 5).

謝辞

本稿の執筆の機会を与えていただいた三重大学の取出仲夫編集委員に謝意を表す。また、執筆の過程で関係者から Webster に関する最新の情報をいただいたことに感謝申し上げる。

用語

¹⁾ 土壌図の純度 (purity): あるカテゴリ (Type, Series, Family, など) に分類された土壌図の領域において、そのカテゴリを定義づける土壌断面 (profile class) が占める面積比率

²⁾ トレンド解析 (trend analysis): 時系列もしくは空間系列データの変動傾向の記述のため、最適な曲線をあてはめる手法。曲線として多項式などが用いられる。“trend surface analysis” という用語が用いられることもある。

付録 地球統計学の専門用語に関する解説

本稿で用いている地球統計学の専門用語 (例えば、セミバリオグラム (semi-variogram), ナゲット効果 (nugget effect), クリギング (kriging) など) の意味について、一次元の例を挙げて説明する。

ある領域 D (例えば、一枚の水田) において、ある方向 X に h 離れた二つの調査地点、 $x, x+h$ における物理量 (例えば、体積含水率) $Z(x), Z(x+h)$ の差に着目する (Fig. 1 (付録))。地球統計学では、領域 D は同様な統計学的性質を持つ無限個の調査領域の集合の一つであり、確率論的には $Z(x), Z(x+h)$ の無限個の組があるとみなされる。以下、確率変数には大文字 Z , 実測値には小文字 z を用いる。このとき、二つの値の差の二乗の $1/2$ の期待値 (集合平均) を $\gamma(x, h)$ と定義する。 $\gamma(x, h)$ はセミバリオグラム (semi-variogram) と呼ばれる。

$$\gamma(x, h) \equiv \frac{1}{2} E \left[\{Z(x) - Z(x+h)\}^2 \right] \quad (1)$$

この領域において、位置 x に依存しない Z の平均 m と二点間の距離 h のみの関数で表される Z の共分散 $C(h)$ の存在を仮定する (二次の定常性)。この条件の直観的なイメージは、「物理量 Z の領域 D 内の分布は、特定の傾向 (trend) を持たない」というものである。例えば、図の X 方向に Z が減少、増加、周期的に変化、といった特定の傾向はない。

この条件の下で、セミバリオグラムは h のみの関数 $\gamma(h)$ となる。

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (2)$$

$C(0)$ は Z の分散 σ^2 に等しく、 $\rho(h) \equiv C(h)/\sigma^2$ と定義すると、

$$\gamma(h) = \sigma^2 \{1 - \rho(h)\} \quad (3)$$

$\rho(h)$ は自己相関 (autocorrelation) と呼ばれる。ただし、時系列解析における自己相関と区別する意味で、しばし

ば空間的相関 (spatial correlation) とも呼ばれる。(3) 式から、ある距離 h 離れた二つの物理量の間が高い正の相関があるとき、すなわち、 $\rho(h)$ が相対的に大きいとき、 $\gamma(h)$ は相対的に小さくなる。逆に、 $\rho(h)$ が相対的に小さいとき、 $\gamma(h)$ は相対的に大きくなる。このように、 $\gamma(h)$ は領域 D の空間的相関を特徴づける関数である。

h のみの関数 $\gamma(h)$ は、領域 D 内の一測線に沿って等間隔 l で配置された調査地点 x_1, x_2, \dots, x_n における物理量の実測値 $z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)$ において、同じ位置関係にある二つの値の組を用いた空間平均によって推定できる。推定される関数を $\hat{\gamma}(h)$ と書くと、最小間隔 l に対応する $\hat{\gamma}(l)$ は、 l だけ離れた二つの値の組を用いて次式で表される (Fig. 2 (付録))。

$$\hat{\gamma}(l) = \frac{1}{2(n-1)} \left[\{z(x_1) - z(x_2)\}^2 + \{z(x_2) - z(x_3)\}^2 + \dots + \{z(x_{n-1}) - z(x_n)\}^2 \right] \quad (4)$$

同様に、最小間隔 l の k 倍に対応する $\hat{\gamma}(kl)$ は、

$$\hat{\gamma}(kl) = \frac{1}{2(n-k)} \sum_{i=1}^{n-k} \{z(x_i) - z(x_{i+k})\}^2, k < n \dots \quad (5)$$

k はラグ (lag) と呼ばれる。

経験的に、調査地点が近いほど (地点間の距離が小さいほど) 物理量の実測値は類似する (実測値間の差が小さい) という場合は多い。この場合、 h が小さいほど $\gamma(h)$ は小さくなるような空間的相関が存在する。定義により $h=0$ のとき $\gamma(h)=0$ であり、 $h \rightarrow$ 大で $\gamma(h) \rightarrow \sigma^2$ を利用すると、 $\gamma(h)$ は Fig. 3 (付録) の曲線 (a) のようになる。一方、実測値から推定される $\gamma(h)$ はしばしば曲線 (b) のように、 $h \rightarrow 0$ のとき $\gamma(h) \rightarrow 0$ に漸近しない形状となる (本稿の Fig. 7 参照)。曲線 (b) における縦軸との交点の値は、調査地点の最小間隔以下に存在する Z のばらつきの大きさを表し、ナゲット効果 (nugget effect)

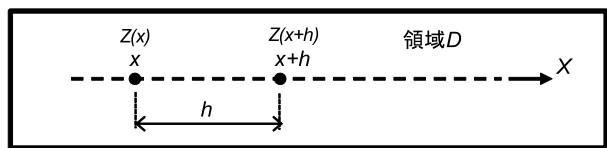


Fig. 1 (付録) セミバリオグラムを定義するための模式図 (距離 h 離れた二地点における性質 Z の値)。

An illustration used for the definition of semi-variogram (an arrangement of two points h apart in an area D and values of a property Z at these points).

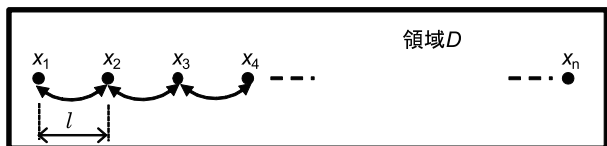


Fig. 2 (付録) 測線に沿った調査点の配置と最小の間隔におけるセミバリエンスの推定に関する模式図。

An illustration for the arrangement of sampling locations on a transect and for estimating semi-variance at the minimum sampling interval.

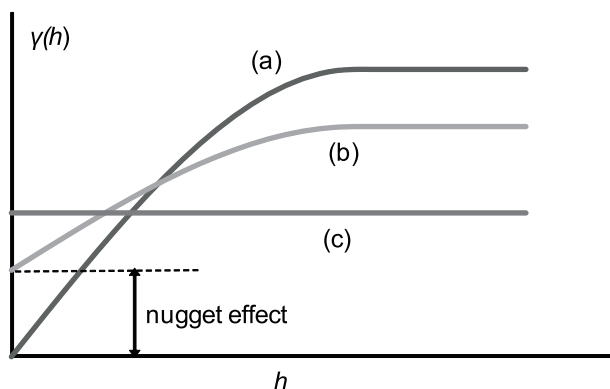


Fig. 3 (付録) 典型的なセミバリオグラム .
Typical semi-variograms. (a) an ideal spherical model, (b) a spherical model with nugget effect, (c) pure nugget effect.

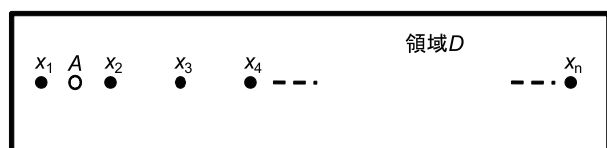


Fig. 4 (付録) 測線に沿った調査点および推定すべき未調査点 A の配置に関する模式図 .
An illustration for the arrangement of sampling locations and the point (A) where the property is to be estimated on a transect.

と呼ばれる . なお , 領域に空間的相関がない場合 , $\gamma(h)$ は h に依存せず , 直線 (c) のようになる . 直線 (c) は , pure nugget effect と呼ばれる .

次に , 領域 D 内の未調査地点 A における物理量 $Z(A)$ を , 既調査地点における物理量の実測値 , 例えば $z(x_1)$, $z(x_2)$, $z(x_3)$, $z(x_4)$ を使って推定する問題を考える (Fig. 4 (付録)). 物理量 Z の $\gamma(h)$ が曲線 (a) または (b) のようであれば , A に近い調査地点での実測値ほど $Z(A)$ との差が小さく , 推定に有利であると見ることができる . このように , 推定に用いる実測値の重みは一樣ではないため , 推定値 $\bar{z}(A)$ を以下のような重み付き平均として与える .

$$\bar{z}(A) = \lambda_1 z(x_1) + \lambda_2 z(x_2) + \lambda_3 z(x_3) + \lambda_4 z(x_4) \quad (6)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1 \quad (7)$$

(1) 式と同様に集合平均の議論を適用すると , $Z(A)$ に対する $\bar{z}(A)$ の推定誤差の期待値は , 以下の式で表される .

$$E \left[\{Z(A) - \bar{z}(A)\}^2 \right] = - \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + 2 \sum_j \lambda_j \gamma(A, x_j) \quad (8)$$

$$i, j = 1 \sim 4$$

(8) 式において , $\gamma(x_i, x_j)$ は二地点の距離 $|x_i - x_j|$ に対応する γ の値を表す . (7) 式の下で (8) 式が極小値を取る条件を導入すると , 最小の誤差分散とそのときの重み $\lambda_i (i = 1 \sim 4)$ が決定され , 同時に (6) 式により最適な推定値を求めることができる .

このように , 領域 D の空間的相関 $\gamma(h)$ の性質を利用

した重み付き線形推定法は , クリギング (kriging) と呼ばれる . クリギングは , 最小の誤差分散を伴った偏りのない推定値を与える点で , 他の内挿法にない特徴を有する .

引用文献

- Beckett, P. H. T. and Webster, R. (1971): Soil variability: a review. *Soils and Fertilizers*, 34: 1–15.
- Burgess, T. M. and Webster, R. (1980a): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. I. The semi-variogram and punctual kriging. *J. Soil Sci.*, 31: 315–331.
- Burgess, T. M. and Webster, R. (1980b): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. II. Block kriging. *J. Soil Sci.*, 31: 333–341.
- Burgess, T. M. and Webster, R. (1981): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. IV. Sampling strategy. *J. Soil Sci.*, 32: 641–654.
- Cline, M. G. (1944): Principles of soil sampling. *Soil Sci.*, 58: 275–288.
- Freeze, R. A. (1975): A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonhomogeneous media. *Water Resour., Res.* 11: 725–741.
- Gajem, Y. M., Warrick, A. W. and Myers, D. E. (1981): Spatial dependence of physical properties of a typic Torrifluent Soil. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45: 709–715.
- Iwata, S., Tabuchi, T. and Warkentin, B. P. (1995): Soil-water interactions. 440p., Marcel Dekker, New York.
- Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J. (1978): Mining Geostatistics. 610p., Academic Press, London.
- Matheron, G. (1965): Les variables régionalisées et leur estimation. 306p., Masson, Paris.
- McBratney, A. B. and Webster, R. (1983): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. V. Co-regionalization and multiple sampling strategy. *J. Soil Sci.*, 34: 137–162.
- Nielsen, D. R., Bigger, J. W. and Erh, K. T. (1973): Spatial variability of field-measured soil-water properties. *Hilgardia*, 42(7): 215–259.
- Vieira, S. R., Nielsen, D. R. and Bigger, J. W. (1981): Spatial variability of field measured infiltration rate. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45: 1040–1048.
- Warrick, A. W. and Nielsen, D. R. (1980): Spatial variability of soil physical properties in the field. Hillel, D. ed.: *Application of Soil Physics*, Chapter No.13, pp. 319–344, Academic Press, New York.
- Webster, R. and Cuanalo, H. E. (1975): Soil transect correlograms of North Oxfordshire and their interpretation. *J. of Soil Sci.* 26: 176–194.
- Webster, R. and Burgess, T. M. (1980): Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. III. Changing drift and universal kriging. *J. Soil Sci.*, 31: 505–524.
- Webster, R. (1985): Quantitative spatial analysis of soil in the field. *Advances in Soil Science*, 3, 2–70.

要 旨

土壌の理化学性の場所によるばらつきは、現在でもなお研究者を悩ます問題である。この問題に対する新たな確率・統計学的手法である地球統計学 (geostatistics) は、1980 年代初めに土壌科学分野に導入された。この手法が提示した「空間的相関」の概念とこれを用いた未調査地点における性質の推定 (内挿) 法 (クリギング, kriging) は、当時の多くの科学者にとって目新しい方法論であり、この手法に関連する数多くの論文が、土壌科学・水文科学分野で公表された。新手法は、諸分野における研究の新たな展開への期待感を持って迎えられた。一方、このような動向に先立ち、土壌学者の Webster は、土壌調査分類手法に数理統計学的な合理性を持ち込むべく、土壌のばらつきに対する多角的なアプローチを通じ、土壌における空間的相関の存在を独自に突き止めていた。彼にとって、地球統計学は自身の研究の延長線上に登場した手法であった。彼はクリギングを用いた図化手法の優秀性をいち早く認め、土壌科学におけるこの手法の適用に関する多くの論文を公表し、ペドメトリクス (Pedometrics) という新たな研究領域の創出に貢献した。

キーワード：土壌図，土壌の空間変動性，空間的従属，地球統計学，クリギング