

古典を読む

W.H. Green and G.A. Ampt 著
 「土壌物理に関する研究」
 第1部 土壌中の空気と水の流れ

長谷川 周一*

Reviewing classical studies in soil physics
 “Studies on soil physics”
 Part I.—The flow of air and water through soils
 By W.H. Green and G.A. Ampt
 Journal of Agricultural Science, Volume IV, Part I 1-24 (1911)

Shuichi HASEGAWA*

* Hokkaido University, Field Science Center for Northern Biosphere, Sapporo 060-0811, Japan

Key words : Infiltration, permeability, capillarity coefficient, Green and Ampt model

1. はじめに

本論文はおよそ1世紀前の研究であり、著者の Green はメルボルン大学の講師、Ampt は研究生である。今では多くの土壌物理学の教科書に浸潤現象の説明として Green and Ampt (G & A) のモデルが紹介されている。このモデルは不飽和土壌水の運動についての知識がなくとも理解でき、カラム試験の結果もうまく表現する。しかし、わが国の土壌物理学に大きな影響を与えた Bayer の教科書である Soil physics を見ると、1948年の第2版、1956年の第3版まではG & Aの記述はなく、1972年の第4版では「G & Aは非常に簡単な物理モデルに基づいて浸潤の式を導いた」と紹介している。また、Childs (1969)も Soil water phenomenaの本の中で一節を設けてG & Aのモデルを紹介し、条件によっては実験結果と良く一致すると評価している。浸潤現象については1957年から1958年にかけて、同じオーストラリア人の Philip が浸潤に関する一連の論文 “Theory of infiltration” を Soil Science に発表し、この理論があまりにも有名であったため、G & Aの存在は一時忘れられていたようである。1965年から1968年にかけて「土壌の物理性」13, 15, 19号に掲載されたレビュー論文、「土壌水運動理論

の諸系列」においても付表の中には名前はあるが、G & Aは取り上げられていない。G & Aが再び取り上げられるようになった理由を宮崎 (1984) はレビュー特集号である「土壌の物理性」50号において「Green and Ampt理論の復活」という節を設けて説明している。この点については、G & A論文を紹介した後に触れることにする。

G & Aの論文の表題は「土壌物理に関する研究」、副題が「土壌中の空気と水の流れ」である。いま、「土壌の物理性」にこのような大きな表題で投稿したならば、受理されないだろう。当時、G & Aの研究室では排水問題に関心があり、そのためには土壌の透水性についての知識が必要であった。しかし、粒度組成のような機械的な分析値や腐植物質の存在は間接的そしてせいぜい定性的にしか透過性を評価し得ない。一方、粒径よりも間隙の数と大きさに注目した方がより直接的ではっきりしており、G & Aは “specific pore space”, “permeability”そして “capillarity coefficient” の3つの定数についての情報が移動現象の定量化のために必要であると述べている。彼らはこれら3つの定数に対して科学的根拠を与えるとともに、それらの測定法をこの論文で述べることにしており、浸潤現象のみを対象としたわけではない。

*北海道大学北方生物圏フィールド科学センター 〒060-0811 札幌市北区北11条西10丁目

キーワード: 浸潤, 透水係数, 前進毛管力, Green and Ampt モデル

しかし、本稿では浸潤を中心に、当時の考え方を紹介することにします。

1910年頃の土壌水の移動に関する時代背景については推測の域を出ないが、ポアズイユ則(1840)やダルシー則(1856)が出されてから数十年が過ぎており、飽和土壌水の運動については、流量は動水勾配に比例するということが一般化していた。一方、不飽和土壌水の運動については、Buckinghamが1907年の論文“Studies on the movement of soil moisture”の中で、不飽和土壌で水移動が生じるためには、2点間に働く吸引力(attraction force)が異なることと、土壌が水を流す能力(毛管伝導度)が関与するとし、オームやフーリエの法則を参考に定式化している。また、熱伝導率や電気伝導度と異なり、毛管伝導度は土壌水分により大きく異なり、そのことが不飽和水移動の難しい点であるとも指摘している。G & Aの論文はBuckinghamの論文が出てから4年後に出されているが、論文の中でBuckinghamを引用していることから、G & Aは不飽和流についての特徴は知っていただろう。

2. 論文の紹介

まず、Green and Amptが指摘した土壌の3つの定数は以下のように定義されている。specific pore spaceは単位体積の土壌当たりの自由空間であり、間隙率と訳す。permeability to waterは1cmの水頭差のもとで、単位面積、単位長さの土柱から単位時間に通過する水の体積であり、透水係数と訳す。また、capillarity coefficientは飽和した部分から乾燥した部分へと水を引っ張ろうとする、間隙の単位面積当たりの毛管力に起因する張力と定義している。これは浸潤前線に働く張力のことであり、作用力をもとに浸潤現象を表現したアレクセエフのモデルを村本等(1959)がわが国に紹介した際に使用した前進毛管力と訳すことにする。G & Aは土壌を様々な形や大きさを持った毛管の束からできていると見なしており、透水係数はポアズイユ流から導けると考えた。ポアズイユ則では流量は毛管径の4乗に比例するが、G & Aは土壌を毛管の束と考えると統計的に、断面積Aにある有効平均毛管半径の4乗の和、 $\sum r^4$ に比例することになり、フラックスを次式(原著(3)式)で与えた。

$$\frac{Q}{At} = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\rho gh}{l} \frac{\sum r^4}{A} \quad (1)$$

ここで、Qは流量、Aは土壌試料の断面積、tは時間、 η は水の粘性係数、 ρ は水の密度、gは重力加速度、hは水頭、lは毛管の長さである。G & Aは、(1)式右辺の第3項は土壌の構造によってのみ決定されるとして絶対透過係数(absolute permeability)と定義した。一方、土壌

の透水係数(practical permeability)は(2)式(原著(4)式)のようになり、現在使われている透水係数と同じ次元を持つ。

$$k = \frac{\pi \rho g}{8\eta} \frac{\sum r^4}{A} \quad (2)$$

この式の特徴は、透水係数が様々な太さの毛管の水移動の平均で表されると考えていることである。G & Aは飽和浸透の透水係数をそのまま浸潤に適用しており、不飽和の透水係数については何も書いていない。透水係数が間隙径分布に関係すると考え、不飽和透水係数を最初にモデル化したChilds and Collis-George(1950)の透水係数についての発想は、G & Aに似ている面を持っているが、G & Aは引用されていない。なお、(1)式から(2)式を導く過程で、土壌中の水移動を次式で与えている。

$$\frac{Q}{At} = k \frac{h}{l} \quad (3)$$

さらに、限界はあるもののポアズイユ則の有効性はDarcy(1856)、Hazen(1890)、King and Slichter(1899)を引用し、確かめられていると述べている。

以上は土壌が水ですでに飽和したときの水移動である。つぎにG & Aは不飽和、ときとしてはほとんど乾燥している場合の水移動を取り上げ、静水圧を助長する下向きの流れや、重力に逆らって地表に向かう上向きの流れでは毛管力を考慮しなくてはならないとし、この点についてはBriggsやBuckinghamも非常に興味を持っていると述べている。そこで、前進毛管力の性質について調べるため、土壌が均一に詰まった円筒の一方の端から水が浸入する、下向き、上向きそして水平方向の浸潤現象を取り上げている。下向きの浸潤では、駆動力はもはや ρgh ではなく、浸潤前線に働く毛管力を加えた $\rho g(h + h_c)$ になるとしている。 h_c は移動している境界、すなわち浸潤前線に働く毛管力に起因する定数であり正の値をとる。ここでは、前進毛管水頭ということにする。また、水は間隙中に入るの、その割合、つまり体積含水率を θ とすると、浸入水量は $Q = A l \theta$ となる。浸入水量をtで微分することにより、浸潤前線の速度(velocity of the water front) dl/dt は(4)式(原著(6)式)で与えられる。lは毛細管の長さであるが、浸潤部の長さで見なして良い。

$$\frac{dQ}{dt} = A \frac{dl}{dt} \theta \quad (4)$$

(1)式と(4)式から(5)式(原著(7)、(8)式)が導ける

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\rho g(h + h_c)}{l} \frac{\sum r^4}{A \theta} = \frac{k}{\theta} \frac{h + h_c}{l} \quad (5)$$

なお、G & Aは浸潤前線の速度という用語を使っており、土壌表面から入る水の浸入速度(infiltration rate)

を用いていない。降下浸潤の様子を図-1に示す。下端の黒丸は網を示している。この図から、浸潤前線に静水圧 h がかかっているという記述が理解できる。同様の考え方は、ダルシー則をもとに水頭の項を作用力で表現したアレクセーエフ (1948) の浸潤理論 (村本ら, 1959) にも当てはまる。不飽和流れの浸潤を、前進毛管力を定義した毛管への浸入と見なしたことが、G & A モデルの先駆性であろう。

浸潤前線の距離と時間との関係は、(5)式を積分することにより次式となる。

$$\frac{k}{\theta}t = l - (a + h_c) \ln \left(1 + \frac{l}{a + h_c} \right) \quad (6)$$

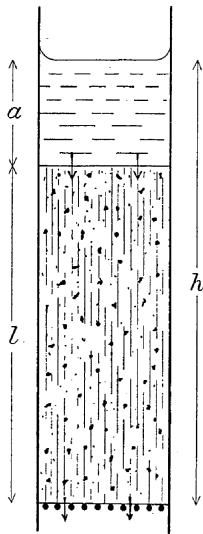


図-1 降下浸潤

Fig. 1 Vertical infiltration.

ここで、 a は図-1に示すように湛水深を表す。同様の考え方で上向き浸潤に対しては、

$$\frac{k}{\theta}t = h_c \ln \frac{h_c}{h_c - l} - l \quad (7)$$

また、水平浸潤に対しては、

$$\frac{kh_c}{\theta}t = \frac{1}{2}l^2 \quad (8)$$

を導いている。G & A は、浸潤前線の位置が時間の平方根で表される上式が、灌漑水路からの浸透のように現場で実感されるばかりではなく、難しい数学もないので室内実験的にも確認し易く、最も興味深いだろうと述べている。(6)式や(8)式は Hillel (1998) によっても紹介されている。

G & A は直径1インチ、長さ30インチのガラス円筒に主として風乾ローム土を充填し、3つの定数である間隙率、透水係数、前進毛管力を実験的に求めている。その結果、降下浸潤に対しては前進毛管水頭90cmとなり、 k/θ も一定であった。上昇浸潤に対しては、前進毛管水頭は42.5cm(毛管上昇高)となり、 k/θ は一定ではなかったことから、いままでに考慮してこなかった要因があると述べている。そこで、G & A は降下浸潤のとき水はすべての間隙に浸入することを認めながらも、上昇および水平浸潤では、体積含水率が浸潤距離の増大と共に低下していくことが多くの研究者によって確かめられていると指摘しており、その様子を図-2により示している。水平浸潤については、Bell and Cameron の研究を引用して、浸潤距離 l と時間との関係は $l^n/t = C'$ であり、 $n > 2$ で経験的に表されると述べている。

しかし、ここで注目するのは、G & A は湿った部分の土壌の長さは水で満たされた部分の長さよりも長いと考え、目視できる浸潤前線を使わずに浸入水の質量 m を

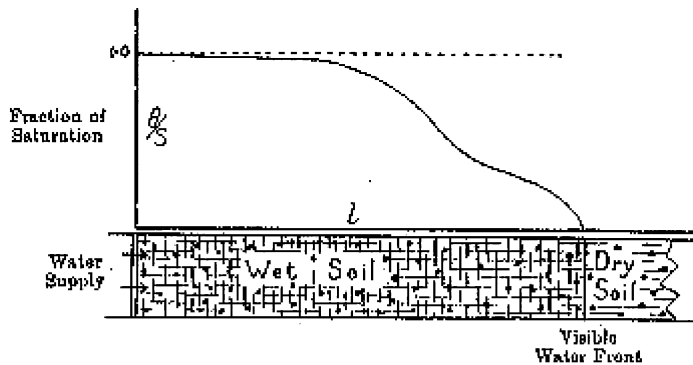


図-2 水平浸潤における浸潤部水分量

Fig. 2 Soil water content profile during horizontal infiltration.

用いて浸潤前線までの距離を $m/A\theta$ により表し、(8)式に代入することにより(9)式(原著(14)式)を導いた。

$$2A^2h_c k \theta = m^2/t \quad (9)$$

ここで、水の密度は1とした。水平浸潤試験中に試料円筒の質量を測ることにより、G & A は浸潤時間 (t) と l^2/t , m^2/t 、浸潤部の飽和度の関係を求めている。その結果によると、時間と共に l^2/t は減少、飽和度は増加したが、 m^2/t はほぼ一定であった。

この結果に基づき、水移動に直接関わる3つ定数のうち、前進毛管水頭 h_c は(9)式より計算できると結論している。なお、透水係数 k は定水位試験により、間隙率 θ は土粒子密度と乾燥密度を知ることにより計算できる。

3. Green ad Ampt の論文の特徴と その後の浸潤理論

G & A の論文を読んで気のついたことは、降下浸潤はともかく、水平浸潤では浸潤部の水分量は浸潤距離と共に低下するという実験事実を認めていることである。しかし、この場合前進毛管力は浸潤距離にかかわらず一定であると考えて良いのかどうかの議論は行っていない。また、この論文の読みにくい点として、浸潤現象では完全飽和にはならないし、初期水分により浸入水量も異なるが、この点について明確に触れていないことである。G & A が採用した毛管束モデルは、その後、水分特性曲線を表すモデルとして前述の Childs and Collis George (1950) にはじまる不飽和透水係数の予測モデルへと引き継がれていくが、G & A は飽和・不飽和の概念を明確に述べていない。私は、G & A は不飽和という現象があることを認めながらも、それをどのように定式化して表現するかについては分からなかったのではないかと思う。実験事実がどうであれ、G & A のモデルは浸潤部の水分量および前進毛管力が時間や距離によらず一定ということであり、この点のみがわれわれに引き継がれている。

G & A のモデルは一度忘れられ、その後再評価された。宮崎 (1984) は、G & A 理論の弱点は前進毛管力の物理的定義が不明であったことであるが、再評価されたのは、前進毛管力を、ダルシー則に基づき透水係数を飽和から初期水分状態までのマトリックスポテンシャル領域で積分し飽和透水係数で除した値で定義できること、また成層土壌への適用が可能なことなどの事実から、G & A 理論は復活したと述べている。Hillel (1998) や Jury and Horton (2004) も前進毛管力が直接測定できない点が G & A 理論の弱点と指摘している。

G & A の論文が出てから約半世紀後には不飽和土壌水の運動は拡散現象との類似でも考えられるようにな

り、はじめに述べたように浸潤理論は Philip の “Theory of infiltration” の発表で完成された。Philip (1969) によれば式の上から判断される G & A の考え方は、浸潤部は飽和で飽和透水係数が使える一方、水分拡散係数は無限大で浸潤前線を境にゼロとなるという仮定の上に成り立つ。このように、G & A モデルの適用条件が明らかになったことも再評価と無縁ではないだろう。

4. おわりに

現在、我々が(5)式を導くときには、ダルシー則を使い、地表面と浸潤前線において位置のポテンシャルと圧力のポテンシャルの和である全ポテンシャルを求め、両地点の全ポテンシャル差を駆動力として浸潤現象を扱う。このように、ダルシー式をアприオリに適用する現在の G & A モデルからは、G & A は土壌を毛管の束と考えたことを知ることはできない。1本の水平におかれた毛細管の中を水が浸入していく場合を考えると、そこでは水で満たされた部分と空気の部分とに明瞭に分かれ、気液界面に働く毛管力によって水が移動していく。この流れに対してポアズイユの公式を使うと、水が浸入した長さは時間の平方根に比例することが容易に計算される。一方、土壌を様々な太さの毛管の束と仮定すると、浸潤部の長さや時間との関係はどうなるのであろうか。残念ながら G & A は論文の中でこの点について全く触れていない。G & A は、実験観察から浸潤前線が明瞭に決定できること、実験事実から前進毛管力を単一な値として与えることができると考えたのではなからうか。その結果、土壌への水平浸潤現象に対しても、1本の毛管のときと同様に、浸潤前線までの距離は時間の平方根に比例するという(8)式の関係が導かれた。このように土壌を単純化したモデルを作り浸潤現象を予測したということは驚きである。約半世紀後に、Bruce and Klute (1956) が水平浸潤実験から土壌水分拡散係数を求めた際、数学的には Boltzmann 変換であるが、実験的には、浸潤前線の直後の体積含水率を事実上一定と仮定すれば、浸潤前線までの距離を時間の平方根で除した値は一定であると述べている。これは、G & A が導いた関係そのものである。土壌は複雑な系であるが、適用条件を限定すれば、非常に単純なモデルで移動現象を表わすことが可能であるということを G & A のモデルは教えている。

なお、原論文の物性値を表す記号は現在と異なるため、最近よく使われる記号に直して紹介した。

引用文献

アー・イー・ブダゴフスキー (1955) : 村本圭一・長田昇・田淵俊雄共訳 (1959), 土壌中への水の浸潤, 研

- 究の資料と記録第9集 p. 13.
- Baver, L.D, Gardner, W.H. and Gardner, W.R. (1972) : Soil Physics, pp. 367-368, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Bruce, R.R. and Klute, A. (1956) : The measurement of soil moisture diffusivity. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., **20** : 458-462.
- Buckingham, E. (1907) : Studies on the movement of soil moisture. Bulletin 38. U.S. Dept. of Agriculture Bureau of soils, Washington, D.C. USA.
- Childs, E.C. (1969) : An introduction to the physical basis of soil water phenomena, pp. 275-277, John Wiley & Sons Ltd. London, UK.
- Childs, E.C. and Collis-George, N. (1950) : The permeability of porous materials. Proc. Royal Soc. Series A, **201** : 392-405.
- Hillel, D. 著 (1998) : 岩田進午・内島善兵衛監訳 (2004) : 環境土壌物理学Ⅱ—耕地の土壌物理—, pp. 11-13, 農林統計協会, 東京.
- Jury, W.A. and Horton. R. 著 (2004) : 取出伸夫監訳 (2006) : 土壌物理学—土中の水・ガス・化学物質の基礎と応用—, pp. 122-126, 築地書店, 東京.
- 宮崎 毅 (1984) : 浸潤方程式, 土壌の物理性, **50** : 56-62.
- Philip, J.R. (1969) : Theory of infiltration, Adv. Hydrosci. **5** : 215-296.

要 旨

浸潤現象を説明する際に良く用いられる, 1911年のGreen and Ampt (G & A)の論文を紹介した。現在の私達の理解では, G & A式は, 浸潤部水分量は一定, 浸潤前線に働く前進毛管力は時間と浸潤距離によらず一定とし, ダルシー則を適用することにより求まる。しかし, G & Aは土壌を毛管束と考え, ポアズイユ流を適用して浸潤の式を導いている。そして, 水平浸潤では浸潤距離の増加と共に浸潤部水分量は減少するという実験事実を認めている。しかしながら, 複雑な土への水平浸潤が, 1本の毛細管への水の浸入と同じ形で表現されるという式を導いた。

受稿年月日 : 2007年 1月 19日

受理年月日 : 2007年 2月 4日