

土壌水分特性曲線に基づく不飽和透水係数の計算

井上 光弘・矢野 友久・吉田 勲

山本 太平・筑紫 二郎

鳥取大学農学部

Determination of Unsaturated Hydraulic Conductivity

from Soil Water Characteristic curve

Mitsuhiro INOUE, Tomohisa YANO, Isao YOSHIDA,

Tahei YAMAMOTO and Jiro CHIKUSHI

Faculty of Agriculture, Tottori University

I まえがき

土壌水分特性曲線や不飽和透水係数、土壌水分拡散係数は、土壌水の流れを理論的に取扱うときや、土壌水分動態のシミュレーションを行うときなどの入力データとして必要であり、それぞれの土壌によって、特有の物理定数と言える。

土壌水分特性曲線は、土柱法、吸引法、遠心法、蒸気圧法などの土壌物理実験によって、比較的容易に得られるが、不飽和透水係数を、室内実験や圃場実験によって、土壌水分量やマトリックサクション水頭の関数として求めるためには、多くの時間や経費が必要である。そこで、近年、飽和透水係数と土壌水分特性曲線から、不飽和透水係数を計算によって推定する方法が検討されてきた。

Brutsaert (1967) は、種々の方法を、(1) 間隙径が均一なモデル、(2) 平行な間隙モデル、(3) 平行間隙の切断と再連結による確率モデル、に大別して総説している³⁾。これらの代表的なモデルは、それぞれ (1) Averjanov モデル、(2) Burdine モデル、(3) Childs-Collis George モデルとして、現在も引用されている⁷⁾。その後、Jackson の式¹²⁾、Campbell の式⁵⁾、Mualem の式²⁰⁾など、より実用的な式が開発された。

本論文では、既往の主な計算方法を取り上げ、それらの特徴と相互関係を明らかにした。また、砂丘砂の土壌水分特性曲線を用いて、種々の方法による不飽和透水係数の計算値を求め、圃場で得た実験値¹¹⁾と相互に比較検討した。

II 不飽和透水係数を推定する計算法

マクロな立場から、有効飽和度 Se と相対透水係数 Kr

との関係は、次の簡単なベキ関数式によって与えられる^{3), 7), 20)}。

$$Kr = Se^{\alpha} \dots\dots\dots (1 a)$$

$$Se = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \dots\dots\dots (1 b)$$

$$Kr = \frac{K}{K_s} \dots\dots\dots (1 c)$$

ここで、 θ は体積含水率、 θ_s は飽和水分量、 θ_r は残留不動水分量 (residual immobile water content)、 K は不飽和透水係数、 K_s は飽和透水係数である。

Averjanov (1950) と Yuster (1951) は、平行で均一な円形断面からなる毛管モデルを用いて、それぞれ、(1 a) 式の係数 α が 3.5 と 2.0 になることを見出した²⁰⁾。また、Irmay (1954) は、不飽和土に Kozeny モデルを適用して、 $\alpha = 3.0$ を導いた³⁾。しかしながら、Mualem (1978) は、 α の値が固定しているのは疑問であると批判し、50種類の土壌を整理することによって、 α の値が 1.0 から 24.5 の範囲にあることを見出した²⁰⁾。そして、飽和から永久シオレ点まで排水するのに必要な土壌の単位体積当りのエネルギーを ω と定義し^{*1)}、次の式を提案した。

$$Kr = Se^{0.015\omega + 3.0} \dots\dots\dots (2 a)$$

$$\omega = \int_{h=0}^{h \rightarrow \infty} \gamma_w \theta dh \dots\dots\dots (2 b)$$

ここで、 h はマトリックサクション水頭、 γ_w は水の比重である。つまり、 α と ω を関係づけることによって、 Kr と Se のベキ関数モデルの柔軟性を増すことになった。

Sinclair ら (1974) は、Kozeny-Carman の式と Burdine (1953) の屈曲率の式⁴⁾、および土壌中の間隙特性長として間隙半径 r を採用した上で、毛管上昇の式を用いて、次の式から不飽和透水係数 K を求める計算

* 1) 原文では、 ψ をマトリックポテンシャルとして、 $\omega = \int_{\psi \rightarrow \infty}^{\psi=0} \gamma_w \psi d\theta$ と定義している²⁰⁾。

プログラムを示した²⁷⁾。

$$K = \frac{\rho g \varepsilon S S e^2 \langle r^2 \rangle}{5 \mu} \dots\dots\dots (3 a)$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^r r^2 f(r) dr}{\int_0^\infty f(r) dr} \dots\dots\dots (3 b)$$

$$f(r) = Ch^2 \frac{dS}{d\left(\frac{1}{h}\right)} \dots\dots\dots (3 c)$$

ここで、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 ε は間隙率、 S は飽和度、 μ は粘性係数、 $f(r)$ は間隙分布密度関数であり、定数 C は(3b)式において消去されて、 r^2 の平均値として $\langle r^2 \rangle$ が計算される。

Laliberte ら (1968) は、一般化された Kozeny 式と Burdine の屈曲率の式を用い、さらに、土壌水分特性曲線が $P_c \leq P_b$ では $Se = 1$ 、 $P_c > P_b$ では $Se = (P_b/P_c)^2$ なる式で与えられるとして、次の式を提案した¹⁷⁾。

$$K = \frac{\rho g \varepsilon_0 \sigma^2}{5 \mu P_b^2} \left(\frac{\lambda}{\lambda + 2} \right) \left(\frac{P_{b1}}{P_c} \right)^2 + 3 \lambda \dots (4 a)$$

$$\varepsilon_0 = \left(1 - \frac{\rho_b}{\rho_s} \right) (1 - Sr) \dots\dots\dots (4 b)$$

ここで、 σ は表面張力、 P_b は空気侵入圧、 P_c は毛管圧、 ρ_b は乾燥密度、 ρ_s は土粒子の密度、 ε_0 は有効間隙率である。また、 Sr は残留飽和度 ($=\theta r/\theta_s$) であり、土壌水分特性曲線の実験データから試行錯誤によって決定される。この方法 (以下 LBC 法という) は、Klute (1972) によると、後述する Millington and Quirk の方法とともに、圃場に充分適用できる方法とされている¹⁵⁾。

Childs and Collis-George (1950) は、①土壌には、ランダムに分布した種々の大きさの間隙が存在すること、②2つに分割された切断面を無作為に連結した場合、その連結面 (以下切断連結面という) に直角な流れは、直接連結した間隙だけが透水性に寄与すること。③2つの間隙半径 r 、 δ ($\delta < r$) が重複する確率は、単位面積当りの、2つの間隙面積の積に等しいこと、④流れは Poiseuille の法則に従い、流れの抵抗は連結する間隙の小さい方の間隙半径 δ に依存すること、⑤透水性は間隙の連結数に比例する、つまり間隙半径の2乗に反比例すること、を仮定して^{6),10),22)}、次の式^{2),*3)} (以下 CCG 法という) を提案している。

$$K = F \frac{\rho g}{\mu} \sum_{\gamma=0}^{\Gamma} \sum_{\delta=0}^{\delta=\gamma} \delta^2 f(\gamma) \Delta \gamma f(\delta) \Delta \delta \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 Γ は水で満たされた毛管の最大半径である。 r と δ ($\delta < r$) は、土壌を切断し、再度無作為に連結した

とき、対となる間隙半径で、 $f(r)$ と $f(\delta)$ は、間隙半径の分布密度関数である。また、 $f(r) \Delta r$ と $f(\delta) \Delta \delta$ は、それぞれ $r - \Delta r/2$ から $r + \Delta r/2$ 、 $\delta - \Delta \delta/2$ から $\delta + \Delta \delta/2$ の間隙半径を有する単位面積当りの間隙面積である。(5)式は、しばしば CCG 法として多くの論文や著書に引用されているが、実際の計算にあたっては、間隙半径の分布密度関数を土壌水分特性曲線から求めるにしても、かなり複雑であり、実用上、他の実験との比較によって、修正係数 (matching factor) F を決定する必要がある。

Marshall (1958) は、Poiseuille の法則と Darcy の法則に基づいて、次の式³⁾を導いた¹⁸⁾。

$$K = \frac{\rho g}{8 \mu} \theta^2 N^{-2} [r_1^2 + 3r_2^2 + 5r_3^2 + \dots + (2N - 1)r_N^2] \dots\dots(6)$$

ここで、 $r_1, r_2, r_3, \dots, r_N$ は、単位切断連結面を等面積の N 個の領域に分割したときの、各面積に含まれる平均間隙半径 ($r_1 > r_2 > r_3 > \dots > r_N$) である。毛管上昇高の式を(6)式に代入すると、

$$K = \frac{\sigma^2}{2 \rho g \mu} \theta^2 N^{-2} [h_1^{-2} + 3h_2^{-2} + 5h_3^{-2} + \dots + (2N - 1)h_N^{-2}] \dots\dots(7)$$

となる³⁾。これらの方法 (以下 M 法という) は、CCG 法が間隙半径を独立変数とみなしたのに対し、体積含水率 θ を独立変数とした点が異なる³⁾。

Millington and Quirk (1959) は、M 法と間隙の相互作用の項だけが異なる式、つまり(6)式および(7)式の θ^2 の代りに、 $\theta^{4/3}$ とした式 (以下 MQ 法という) を提案した。これらの M 法や MQ 法について、穴瀬 (1963) は、具体的な計算例を紹介している¹⁾。

M 法も MQ 法も修正係数を必要としないものであった。その後、Jackson ら (1965) は、実験値と CCG 法、M 法、MQ 法を比較し、実験値と計算値とを合致させるために、修正係数の必要性を強調した¹³⁾。また、Green and Corey (1971) は、修正係数を Kunze ら (1968) の式¹⁶⁾と同様に K_{sm} と K_{sc} の比として、次の計算法を提案した。⁹⁾

$$K_i = \frac{K_{sm}}{K_{sc}} \frac{\sigma^2}{2 \rho g \mu} \frac{\theta_1^p}{N^2} \sum_{j=i}^m [2j + 1 - 2i] h_j^{-2} \dots\dots(8)$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

ここで、 K_{sm} と K_{sc} は、それぞれ飽和透水係数の測定値と計算値である。 i は、土壌水分特性曲線を全水分量について m 個に分割したとき、 $i = 1$ が飽和水分量に対応するものである。 N は、M 法では、水分量ゼロから計算しようとする水分量 θ_1 までの水分区分の数であるが、

* 2) 式中の Δr と $\Delta \delta$ は、原文では dr となっているが、間隙分布密度関数 f の独立変数に対応させた方が適切であり、総和の場合は、 d の代りに Δ を用いた。
 * 3) 原文では、固有浸透能 (intrinsic permeability) を求める式⁶⁾であるが、 $\rho g/\mu$ を乗じて、不飽和透水係数を求める式にした。

MQ法では水分量ゼロから飽和水分量 ($\theta_s = \theta_1$) までの水分区間の総数 m に等しい。指数 p については、M法では2となり、MQ法では4/3となる。また、Kunzeら (1968) は $p = 1$ 、Jacksonら (1965) は $p = 1.33$ 、Sharma (1966) は $p = 2$ とした。Green and Corey (1971) は、既報の実験データと比較検討した結果、 $p = 1$ から $p = 2$ の範囲で実験値と良く一致することを示した⁹⁾。Parkes and Waters (1980) は、(8)式の N の代りに m とした修正MQ法と実験値とを比較し、指数 p や修正係数 F だけでなく、残留不動水分量 θ_r を考慮し、全水分量の代りに、有効水分量 $\theta_e (= \theta - \theta_r)$ による評価が必要であることを強調した²³⁾。

Jackson (1972) は、(8)式において、 $i = 1$ とした飽和状態の式と、(8)式を用いて、修正係数に相当する K_{sm} / K_{sc} と $\sigma^2 / (2\rho g \mu)$ を消去して、次の式 (以下 Jackson の式という) を得た¹²⁾。

$$K_i = K_s \left(\frac{\theta_i}{\theta_s} \right)^\beta \frac{\sum_{j=i}^m [(2j+1-2i)h_j^{-2}] \dots (9)}{\sum_{j=1}^m [(2j-1)h_j^{-2}]}$$

ここで、指数 β は、理想的な毛管モデルに基づいたM法やMQ法では、それぞれ $\beta = 0$ 、 $\beta = 4/3$ となるもので、Kunzeら (1968) は $\beta = 1$ を主張している¹⁰⁾。Jackson (1972) は、実験値と最も良く合致する β の値として、 $\beta = 0.74$ から $\beta = 1.24$ の範囲にあることを示した¹²⁾。最近、Ragabら (1982) は、ガンマ線水分密度計を用いた室内浸潤実験の結果と、土壌水分動態のシミュレーション結果との比較から、 $\beta = 0.5$ が実験と良く一致するという結果を得ている²⁶⁾。(9)式の Jackson の式は、 β の値しだい、M法やMQ法、および Kunzeらの式になり、さらに、 β の値を適切に定めることによって、実験値と良く一致する実用的な式にすることができる^{10), 22)}。

Campbell (1974) は、CCG法やM法の考えに基づき、土壌水分特性曲線が $h = h_b (\theta / \theta_s)^{-B}$ 式で与えられるとき、毛管上昇高の式と間隙相互作用の項 θ^p を考慮して、次の式を提案した⁵⁾。

$$K = K_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{2B+2+p} \dots (10)$$

ここで、この式 (以下 Campbell の式という) は、土壌水分特性曲線が両対数紙上で直線関係にある場合に適用される。Campbell (1974) は、Jackson (1972)¹²⁾ と同様に、指数 p を1として計算している⁵⁾。

Khosla (1980) は、圃場で決定した不飽和透水係数と、Campbellの式で、 $p = 1$ 、 $B = 11.55$ とした計算値とが非常に良く一致することを報告している¹⁴⁾。

Mualem (1976) は、CCG法の考え方に類似しているが、大間隙断面の影響を加味するために、透水係数が間隙の連続性に関連するという仮定から、等価半径 R を導入し、間隙半径 r と δ との偏相関を表わす修正係数 $G(r, \delta, R)$ と、流路の屈曲率を表わす修正係数 $T(r, \delta, R)$ を導入した¹⁹⁾。さらに、 T と G を独立に決定する方法がないので、Burdine法やMQ法のように、 T と G が θ のべき関数で与えられ、等価半径 R ($R^2 = r\delta$) のみの関数であると仮定し、次の式を提案した¹⁹⁾。

$$K_r = S_e^n \left[\int_0^{\theta_e} \frac{d\theta_e}{h} / \int_0^{\theta_{es}} \frac{d\theta_e}{h} \right]^2 \dots (11)$$

ここで、 θ_{es} は有効飽和水分量 ($= \theta_s - \theta_r$) である。(11)式 (以下 Mualem の式という) は簡単な積分形なので、土壌水分特性曲線が、Brooks and Corey (1964) の $S_e = (h/h_b)^{-\lambda}$ や Farrell and Larson (1972) の $h = h_b \exp [B(1 - S_e)]$ などのように積分可能な式で与えられれば容易に K_r の値が求まる特色を有する¹⁹⁾。

Mualem (1976) は、(11)式の n の値について、既報の45種の実験データと比較検討した結果、 $n = 0.5$ のとき実験値と最も適合することを報告した¹⁹⁾。

Mualem and Dagan (1978) は、有効半径 r_e 、有効面積 $A_e dr d\delta$ 、有効水分量 θ_e を導入して、CCG法などの統計モデルを理論的に統一しようと試みた²¹⁾。つまり、 r_e と A_e は r と δ と R の関数であり、それらの従属関係の相違が統計モデルの差異となると解釈した。屈曲率の評価として、 $r_e^2 = \theta^m \gamma^2$ あるいは $r_e^2 = r^{2+b}$ に従うと仮定し、 r と δ の相関因子として、それぞれの透水係数を求める式に、 $\theta_e^{-\gamma}$ を乗ずることによって一般式を誘導した²¹⁾。

流れに対する有効半径が、土壌スラブ^{*4)}の一方の切断面の間隙半径に等しいと仮定し、透水性が、より小さな間隙半径に支配されるというCCG法の仮定を用いると、つまり、 $r < \delta$ では $r_e = r$ 、 $r > \delta$ では $r_e = \delta$ とすると、

$$K_r = S_e^x \int_0^{\theta_e} \frac{(\theta_e - \zeta)}{h^{2+b}} d\zeta / \int_0^{\theta_{es}} \frac{(\theta_{es} - \zeta)}{h^{2+b}} d\zeta \dots (12)$$

となる²¹⁾。これは、CCGの一般式と呼ばれるもので、 ζ は0と θ_{es} の上下限間で、 h の関数として有効水分量を表わす積分変数である。(12)式において、CCG法は $x = 0$ 、 $b = 0$ 、修正MQ法で $p = 1$ としたKunzeら (1968) の式¹⁰⁾ は $x = 1$ 、 $b = 0$ 、MQ法は $x = 4/3$ 、 $b = 0$ 、Sharma (1966) の式は $x = 2$ 、 $b = 0$ に相当する²¹⁾。

間隙半径に有効水分量の平方根を乗じたものが、有効半径に等しいと仮定すると、つまり、 $r_e = r\sqrt{\theta_e}$ とすると、

$$K_r = S_e^x \int_0^{\theta_e} \frac{d\theta_e}{h^{2+b}} / \int_0^{\theta_{es}} \frac{d\theta_e}{h^{2+b}} \dots (13)$$

となり、Burdineの一般式と呼ばれている²¹⁾。

* 4) ここでは、単位体積の土塊を非常に薄く切断した部分を土壌スラブという。

Purcell (1949) は、すべての毛管を円形として、Poiseuille の式と Darcy の法則を用い、

$$K=C_1 \int_0^s \frac{dS}{h^2} \dots\dots\dots (14)$$

なる式を導いた²⁴⁾。これは屈曲率の項を含まないもので、(13式)において、 $x=0, b=0$ とした式に相当する。

Fatt and Dykstra (1951) は、屈曲率が半径のべき関数に反比例すると仮定して、

$$K=C_2 \int_0^s \frac{dS}{h^{2(1+a)}} \dots\dots\dots (15)$$

なる式を導いた⁸⁾。ここで、係数 $a=1/2$ としており、これは、(13式)において、 $x=0, b=1$ とした式に相当する。

Burdine (1953) は屈曲率が飽和度の線形関数となると仮定し、(13式)において、 $x=2, b=0$ に相当する式を導いた⁴⁾。また、(13式)において、 $x=0, b=0$ は、Gates and Lietze (1950) の式に、 $x=2, b=0$ は、Wyllie and Gardner (1958) の式に相当する²¹⁾。

間隙の長さが間隙半径に比例すると仮定して、その毛管部分を束ねたものが有効半径に等しいと仮定すると、つまり、 $r_e^2=r\delta$ とすると、

$$K_r = S_e^x \left[\int_0^{\theta_e} \frac{d\theta_e}{h^{1+b}} / \int_0^{\theta_{e,s}} \frac{d\theta_e}{h^{1+b}} \right]^2 \dots\dots\dots (16)$$

となる。これは、Mualem の一般式と呼ばれているもので、 $x=n, b=0$ とすると、(11式)の Mualem の式となる²¹⁾。

Mualem ら (1978) は、すべての統計モデルを(12)、(13)、(16式)の3つの一般公式に整理したが、使用するにあたっては、あらかじめ、 x と b の値を決定しなくてはならない。

Ragab ら (1981) は、(16式)において、 $x=0.5, b=0.25+0.949\theta$ としたとき、その計算値と瞬時プロファイル計測法 (Instantaneous profile method) で求めた透水係数の実験値とがよく一致することを報告した²⁵⁾。

van Genuchten (1980) は、実験常数を d, u, v として、土壌水分特性曲線が、 $S_e = \{1 + (dh)^d\}^{-u}$ なる連続関数で表わされるとき、Mualem (1976) モデルを用いて、

$$\left. \begin{aligned} K_r &= S_e^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{u}} \right)^u \right]^2 \\ u &= 1 - \frac{1}{v} \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} K_r &= S_e^{\frac{1}{2}} \left[1 - u \left(1 - S_e^{\frac{1}{u}} \right)^{u-1} \right. \\ &\quad \left. + (u-1) \left(1 - S_e^{\frac{1}{u}} \right)^u \right]^2 \\ u &= 2 - \frac{1}{v} \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

なる式を導いた²⁶⁾。また、Burdine (1953) モデルを用いて

$$\left. \begin{aligned} K_r &= S_e^2 \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{u}} \right)^u \right] \\ u &= 1 - \frac{2}{v} \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

なる式を導いている²⁸⁾。(17式)や(18式)は、 $u+1-\frac{1}{v}$ の値が0や1の整数であるとき求まる式であって、 u と v の値が独立で一般的な場合には、解析的な閉形予測式は求まらない。

土壌水分特性曲線が、 $S_e = (h/h_0)^{-\lambda}$ で表わされるとき、Mualem (1976) モデルでは、

$$K_r = S_e^{\frac{5}{2} + \frac{2}{\lambda}} \dots\dots\dots (20)$$

Burdine (1953) モデルでは

$$K_r = S_e^3 + \frac{2}{\lambda} \dots\dots\dots (21)$$

なる式を導いている²⁸⁾。ここで、(20式)は(4a)、(4b)式のLBC法と同じ結果となり、(20式)と(21式)は、(1a)式で $\alpha=5/2+2/\lambda, \alpha=3+2/\lambda$ とした式に相当する。

これらは、いずれも、土壌水分特性曲線が積分可能な連続関数で与えられれば、Mualem and Dagan (1978) が提案した一般式²¹⁾を用いて、不飽和透水係数の閉形予測式を導けることを示したものである。つまり、このことは、対象とする土壌について、土壌水分量とマトリックサクション水頭との関係に最も適合する実験式(曲線回帰式)が、有効水分量の範囲で連続関数として得られれば、容易に不飽和透水係数を計算できることを示唆するものである。

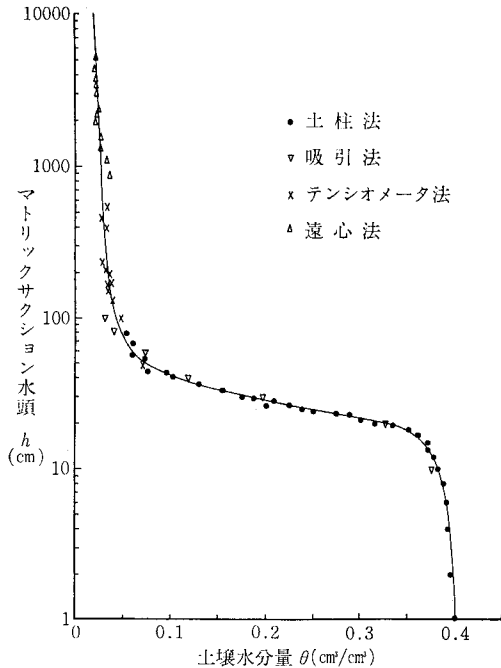
III 不飽和透水係数の計算結果

飽和透水係数と土壌水分特性曲線を用いて不飽和透水係数を求める方法について述べてきたが、ここでは、鳥取大学砂丘利用研究施設のR I 圃場の砂丘砂(乾燥密度1.47g/cm³)について、不飽和透水係数を求めてみよう。

まず、最初に、土柱法、吸引法、テンシオメータ法、遠心法の実験によって、土壌水分量 θ とマトリックサクション水頭 h との関係を求めた。また、蒸気圧法によって、pF4.45では0.0162cm³/cm³、pF5.00では0.0069cm³/cm³、pF5.51では0.0035cm³/cm³が求まり、さらに、水分当量は0.0279cm³/cm³、毛管連絡切断含水量0.0273cm³/cm³が得られた。これらの実験データを参考にして、図-1に示すように、滑らかな土壌水分特性曲線を描いた。一方、定水位透水試験によって、飽和透水係数2.864×10⁻²cm/s、飽和水分量0.4025cm³/cm³を得た。

1) Jacksonの方法

土壌水分特性曲線の分割数 m について、Kunzeら(1968)は、2, 8, 32, 128, 512の分割数で透水係数を計算し、分割数を増すことによって計算結果に大きな変化



図一 砂丘砂の土壌水分特性曲線 (乾燥過程)

はなく、むしろ計算を複雑にするだけであると指摘している¹⁰⁾。また、Hillel (1980) は、分割数は多いほど良いが20個程度あれば充分であるとしている¹⁰⁾。そこで、飽和水分量までの全水分量範囲を、仮に23等分し、分割点のマトリックスサクション水頭 h_i の値を土壌水分特性曲線から読みとり、(9)式を計算した。その計算結果を表一に示した。ここで、 h_j の値は $(h_i + h_{i+1})/2$ の値であ

り、SUMは、(9)式の分子にある総和、つまり、 $m=23$ としたときの $(2j+1-2i)h_j^{-2}$ の $j=i$ から $j=m$ までの和である。

表一に示したJackson法は、 β の値によって種々の方法を含んでいて、同一水分量に対して、不飽和透水係数が、 $\beta=0$ のM法から $\beta=4/3$ のMQ法まで順に小さくなっている。土壌水分量が $0.02\text{cm}^3/\text{cm}^3$ 程度の乾燥状態になると、不飽和透水係数は非常に小さくなり、計算値の信頼性は低くなると思われる。つまり、Jacksonの式は、修正MQ法(8)式から誘導されたように、毛管仮説が理論の基礎となっているため、Brooks and Corey (1964)²⁾やParkes and Waters (1980)²³⁾が指摘したように、残留不動水分量 θ_r を考慮して、全水分量の代わりに、有効水分量 θ_e を使用することが好ましいとされている^{10),22)}。しかしながら、計算としては非常に理解しやすく、具体的計算例がHillel (1980)¹⁰⁾によっても紹介され、比較の実用的な式と思われる。

2) Campbellの方法

表一に示した土壌水分量 θ とマトリックスサクション水頭 h の値を両対数紙にプロットしてみると、 $i=6$ の $\theta=0.3150\text{cm}^3/\text{cm}^3$ 、 $h=21.0\text{cm}$ と $i=20$ の $\theta=0.07\text{cm}^3/\text{cm}^3$ 、 $h=51.3\text{cm}$ の間のデータに直線性が認められる。そこで、この土壌水分量の範囲にCampbellの式(10)式を適用し、 $h = h_b(\theta/\theta_s)^{-B}$ なる式の係数 h_b と B を求めた。 $\theta_s=0.4025\text{cm}^3/\text{cm}^3$ として、最小自乗法によって、 $h_b=18.59\text{cm}$ と $B=0.5907$ が得られた。そのときの相関係数は -0.9984 である。Campbellの式(10)式で p の値が大き

表一 Jackson法による不飽和透水係数の計算値

i	θ_i (cm^3/cm^3)	h_i (cm)	h_j (cm)	SUM (cm^{-2})	Hydraulic conductivity (cm/s)			
					($\beta=0.0$) Marshall	($\beta=0.5$) Ragab	($\beta=1.0$) Kunze	($\beta=4/3$) M-Q method
1	0.4025	0.00E+00	0.41E+01	0.508E+00	0.286E-01	0.286E-01	0.286E-01	0.286E-01
2	0.3850	0.82E+01	0.11E+02	0.380E+00	0.214E-01	0.209E-01	0.205E-01	0.202E-01
3	0.3675	0.14E+02	0.16E+02	0.319E+00	0.180E-01	0.172E-01	0.164E-01	0.159E-01
4	0.3500	0.18E+02	0.19E+02	0.270E+00	0.152E-01	0.142E-01	0.132E-01	0.126E-01
5	0.3325	0.20E+02	0.21E+02	0.227E+00	0.128E-01	0.116E-01	0.106E-01	0.993E-02
6	0.3150	0.21E+02	0.21E+02	0.190E+00	0.107E-01	0.946E-02	0.837E-02	0.772E-02
7	0.2975	0.22E+02	0.22E+02	0.157E+00	0.885E-02	0.760E-02	0.654E-02	0.591E-02
8	0.2800	0.23E+02	0.23E+02	0.128E+00	0.723E-02	0.603E-02	0.503E-02	0.446E-02
9	0.2625	0.24E+02	0.24E+02	0.103E+00	0.583E-02	0.471E-02	0.380E-02	0.330E-02
10	0.2450	0.25E+02	0.26E+02	0.822E-01	0.463E-02	0.361E-02	0.282E-02	0.239E-02
11	0.2275	0.26E+02	0.27E+02	0.641E-01	0.361E-02	0.272E-02	0.204E-02	0.169E-02
12	0.2100	0.28E+02	0.29E+02	0.490E-01	0.276E-02	0.199E-02	0.144E-02	0.116E-02
13	0.1925	0.29E+02	0.30E+02	0.364E-01	0.205E-02	0.142E-02	0.982E-03	0.768E-03
14	0.1750	0.31E+02	0.32E+02	0.262E-01	0.148E-02	0.974E-03	0.642E-03	0.487E-03
15	0.1575	0.33E+02	0.34E+02	0.181E-01	0.102E-02	0.637E-03	0.398E-03	0.291E-03
16	0.1400	0.35E+02	0.36E+02	0.117E-01	0.661E-03	0.390E-03	0.230E-03	0.162E-03
17	0.1225	0.38E+02	0.39E+02	0.703E-02	0.396E-03	0.219E-03	0.121E-03	0.811E-04
18	0.1050	0.41E+02	0.43E+02	0.373E-02	0.210E-03	0.107E-03	0.549E-04	0.351E-04
19	0.0875	0.45E+02	0.48E+02	0.163E-02	0.919E-04	0.429E-04	0.200E-04	0.120E-04
20	0.0700	0.51E+02	0.60E+02	0.499E-03	0.281E-04	0.117E-04	0.489E-05	0.273E-05
21	0.0525	0.69E+02	0.12E+03	0.739E-04	0.416E-05	0.150E-05	0.543E-06	0.275E-06
22	0.0350	0.16E+03	0.80E+04	0.156E-07	0.879E-09	0.259E-09	0.765E-10	0.339E-10
23	0.0175	0.16E+05	0.50E+07	0.399E-13	0.225E-14	0.469E-15	0.977E-16	0.344E-16

くなれば、不飽和透水係数は小さくなるが、 $p = 1$ がしばしば採用されている。そこで、 $p = 1$ と仮定して、不飽和透水係数を計算した。

3) Mualemの方法 (1976)

Mualem (1976) は、有効水分量 θ_e に注目して(1)式を提案したが、残留不動水分量 θ_r の決定が容易でない。Mualem (1976) は、 $S_e = (h/h_b)^{-\lambda}$ なる式が成り立つとき、解析曲線と実測データとの差の平方和が最小となるように θ_r を決定する方法を述べている¹⁹⁾。van Genuchten (1980) は、永久シオレ点 (pF4.2) に相当する土壌水分量を θ_r の値にできることを述べている²⁰⁾。ここでは、砂丘砂の土壌水分特性曲線から、pF4.2に相当する土壌水分量を読みとり、 $\theta_r = 0.0175 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ を採用した。 θ_r の値を決定すると、有効水分量 θ_e や有効飽和度 S_e が計算でき、Mualem (1976) が提案したように、 $n = 0.5$ として、(1)式によって不飽和透水係数が計算できる¹⁹⁾。ここで、(1)式の分子と分母の積分値はSimpsonの積分法によって計算した。

4) Wyllie and Gardnerの方法

Burdineの一般式(13式において、 $x = 2$, $b = 0$ として、Burdine (1953) の式や Wyllie and Gardner (1958) の式が計算できる²¹⁾。ここでは、Mualemが提案したように、土壌水分量が残留不動水分量 θ_r に近い所では、外挿曲線 $S_e = (h/h_b)^{-\lambda}$ を用いて、(13式の積分値を計算し、次の式によって、Wyllie and Gardner の式(以下WG法という)を計算した²¹⁾。

$$K_r = S_e^2 \left\{ \frac{S_{em} / \left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) h_m^2 + \int S_e \frac{dS_e}{h^2}}{S_{em} / \left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) h_m^2 + \int_1^1 \frac{dS_e}{h^2}} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 $S_{em} = 0.0455$, $h_m = 164 \text{ cm}$, $\lambda = 1.427$ とした^{*5)}。

一方、Burdine (1953) の式の計算については、 λ の値が既知となったので、van Genuchten (1980) が Brooks and Corey モデル $S_e = (h/h_b)^{-\lambda}$ を用いて提案した(2)式を用いて計算した。

5) Averjanovの経験的方法

有効飽和度 S_e が計算できると、(1 a) 式によって、それぞれ α の値が異なる Averjanov (1950), Yuster (1951), Irmay (1954) および Mualem (1978) の方法で、不飽和透水係数が計算できる。Mualem (1978) の方法 (2 a), (2 b) 式において、 $h \rightarrow \infty$ は、永久シオレ点の $h = 15850 \text{ cm}$ として、 $\omega = 69.46 \text{ cm}$ を得た。これは、(1 a) 式と (2 a) 式から明らかなように、 $\alpha = 4.042$ に相当した。

IV 種々の方法による不飽和透水係数の比較

Campbellの方法から Averjanovの経験的方法までの8つの方法、および表-1に示したMQ法による計算結果を図-2にプロットした。また、比較のために、土壌を採集した同じ圃場において、井上ら (1978) が内部排水法によって求めた深さ40cmの不飽和透水係数と土壌水分量との関係¹¹⁾を図-2に実験値として示した。

Campbell法は、前節で述べたように $0.07 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ から $0.3150 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ の土壌水分量に対して適用され、Burdine法やWG法は、 $S_e = (h/h_b)^{-\lambda}$ の関係を採用したので、 $h_b = 15.44 \text{ cm}$ に対応する $\theta_b = 0.3625 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ よりも、土壌水分量が少ない範囲で適用される。

種々の方法による計算値を比較してみると、同一水分量に対して、Yuster ($\alpha = 2.0$), Irmay ($\alpha = 3.0$), M法 ($\beta = 0$), Averjanov ($\alpha = 3.5$), Ragab ($\beta = 0.5$), Campbell ($p = 1.0$), Mualem (1978, $\omega = 69.46$) Kunze ($\beta = 1.0$), Burdine ($\lambda = 1.427$), MQ法 ($\beta = 4/3$), Mualem (1976, $n = 0.5$), WG法 ($\lambda = 1.427$) の順で、不飽和透水係数が小さくなる傾向にある。(1)式や(13式の積分を必要とする Mualem (1976, $n = 0.5$) やWG法 ($\lambda = 1.427$) は、有効飽和度 S_e が1に近い所で、他の方法に比べて、不飽和透水係数が急激に減少している。これは、積分値を計算するとき、砂丘砂の土壌水分特性曲線上で、土壌水分量が飽和に近い所になると、 $1/h$ や $1/h^2$ の値が急激に変化するためと考えら

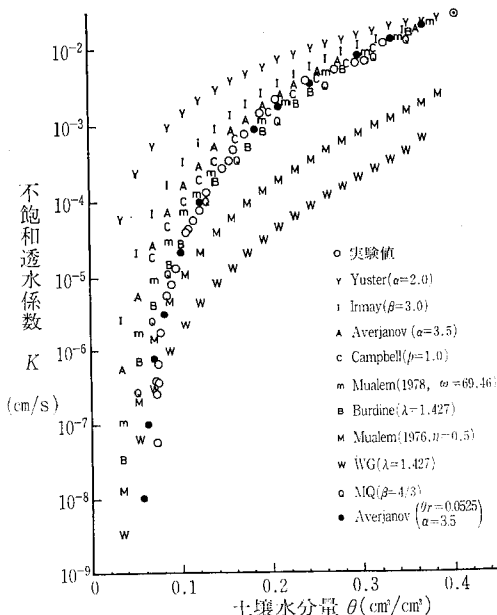


図-2 不飽和透水係数の比較

* 5) h_m はマトリックサクション水頭で不飽和流では正の値となる。原文では、 h_m がマトリックポテンシャル ψ_{min} であり、負の値となる。ここで min は最小を意味する添字である。

れる。

内部排水法による深さ40cmの不飽和透水係数の値と、種々の方法による計算値を比較すると、Campbell ($p=1.0$), Mualem (1978, $\omega=69, 46$), Kunze ($\beta=1.0$), Burdine ($\lambda=1.427$), MQ法 ($\beta=4/3$) の計算値が実験値と比較的良く一致している。しかしながら、実験値と計算値は交差する傾向にあり、いずれの方法も、土壌水分量がおよそ $0.08\text{cm}^3/\text{cm}^3$ 以下になると、計算値が実験値よりも過大評価となる傾向にある。

そこで、Jackson法の β の値、Campbell法の p の値、Mualem法の n の値、Averjanov法の α の値を変えることによって、あるいは、残留不動水分量の値を、 $\theta_r=0.0175\text{cm}^3/\text{cm}^3$ の代りに、 $\theta_r=0.0350\text{cm}^3/\text{cm}^3$, $\theta_r=0.0525\text{cm}^3/\text{cm}^3$ に換えることによって、実験値に最も適合する式と係数を見い出そうと試みた。その結果、Averjanov法で、 $\theta_r=0.0525\text{cm}^3/\text{cm}^3$, $\alpha=3.5$ とした場合が、実験値と非常に良く一致し、これを図-2に加えてみた。つまり、種々の方法の物理的パラメータをより一層適切に選ぶことによって、実用的な不飽和透水係数の推定式を決定することが可能であることが示唆された。

V ま と め

以上、計算によって不飽和透水係数を求める方法を述べ、砂丘砂の飽和透水係数と土壌水分特性曲線の実験データを用いて、種々の方法による不飽和透水係数の計算値を求め、圃場における実験値や、それぞれの計算結果を相互に比較検討した。

その結果、次のことが明らかになった。

1) 種々の方法による不飽和透水係数の値は、土壌水分特性曲線や飽和透水係数は言うまでもなく、Jackson法の計算結果(表-1)でも明らかのように、式に含まれる物理的パラメータに強く依存する。

2) 同一水分量に対して、砂丘砂の土壌水分特性曲線(乾燥過程)の例では、Yuster ($\alpha=2.0$), Irmay ($\alpha=3.0$), M法 ($\beta=0$), Averjanov ($\alpha=3.5$), Ragab ($\beta=0.5$), Campbell ($p=1.0$), Mualem (1978, $\omega=69.46$), Kunze ($\beta=1.0$), Burdine ($\lambda=1.427$), MQ法 ($\beta=4/3$), Mualem (1976, $n=0.5$), WG法 ($\lambda=1.427$) の順で、不飽和透水係数の計算値が小さくなる傾向にある。

3) Mualem (1976, $n=0.5$) WG法 ($\lambda=1.427$) の計算値は、土壌水分量が飽和に近い所で、急激に不飽和透水係数が減少し、Jackson法の $\beta=0$ から $\beta=4/3$ の値よりも数オーダー低い。

4) Campbell ($p=1.0$), Mualem (1978, $\omega=69.46$),

Jackson (Kunze $\beta=1.0$, MQ法 $\beta=4/3$), Burdine ($\lambda=1.427$) の計算値は、圃場における実験値と比較的よく一致した。

5) 式に含まれる物理的パラメータを変えて、実験値に最も適合する式を見い出そうと試みた結果、Averjanov法で、 $\theta_r=0.0525\text{cm}^3/\text{cm}^3$, $\alpha=3.5$ とした場合、計算値が圃場における実験値と非常に良く一致した。

今後、土壌によって、つまり、土壌水分特性曲線の相違によって、種々の方法による計算値の相互の関係がどのように変わるのか、式中の物理的パラメータが土壌の物理性とのように関連するのか、検討を深めてみたい。実用的には、適切な物理的パラメータと実験式が決定されると、土壌水分動態の予測のために、以上述べてきた不飽和透水係数を推定する計算法が有効な手段となることが示唆された。

最後に、本研究が土壌水分に関するセミナーで培われたものであり、一部、科学研究費の補助によって遂行されたことを付記する。

記 号

- F : 修正係数あるいは K_{sm}/K_{sc} に等しい
- $f(r)$: 間隙分布密度関数
- g : 重力の加速度 [cm/s^2]
- h : マトリックサクシジョン水頭 [cm]
- h_b : 空気侵入水頭 [cm]
- K : 不飽和透水係数 [cm/s]
- K_r : 相対透水係数 ($=K/K_s$)
- K_s : 飽和透水係数 [cm/s]
- K_{sc} : 飽和透水係数の計算値 [cm/s]
- K_{sm} : 飽和透水係数の測定値 [cm/s]
- P_b : 空気侵入圧 [$\text{N}/\text{m}^2 = \text{Pa}$]
- P_e : 毛管圧 [Pa] $1 \text{ Pa} \approx 0.0102 \text{ cm H}_2\text{O}$
- R : 土壌水分量 θ に対応する等価半径 [cm]
- r : 間隙半径 [cm]
- r_e : 間隙の有効半径 [cm]
- S : 飽和度 ($=\theta/\theta_s$)
- S_e : 有効飽和度 ($=\theta_e/\theta_{es}=(\theta-\theta_r)/(\theta_s-\theta_r)$)
- S_r : 残留飽和度 ($=\theta_r/\theta_s$)
- Γ : 水で満たされた毛管の最大半径 [cm]
- γ : 間隙半径 [cm]^{*6)}
- γ_w : 水の比重
- δ : 間隙半径 [cm]^{*6)}
- ϵ : 間隙率
- ϵ_e : 有効間隙率
- θ : 体積含水率 [cm^3/cm^3]
- θ_e : 有効水分量 [cm^3/cm^3] ($=\theta-\theta_r$)

* 6) CCG法では、 δ と r は切断連結面の間隙半径で $\delta < r$ の関係がある。また、Mualem (1976)の方法やMualem and Dagan (1978)の一般式では、 δ と r は土壌スラブのそれぞれの切断面の間隙半径である。

- θ_{es} : 有効飽和水分量 [cm^3/cm^3] ($=\theta_s-\theta_r$)
 θ_r : 残留不動水分量 [cm^3/cm^3]
 θ_s : 飽和水分量 [cm^3/cm^3]
 μ : 水の粘性係数 [$\text{N}\cdot\text{S}/\text{m}^2$] 20°Cで 1.002×10^{-3}
 $\text{N}\cdot\text{S}/\text{m}^2$
 ρ : 水の密度 [g/cm^3] 20°Cで0.9973 g/cm^3
 ρ_b : 土壌の乾燥密度 [g/cm^3]
 ρ_s : 土粒子の密度 [g/cm^3]
 σ : 水の表面張力 [N/m] 20°Cで0.07276 N/m

引 用 文 献

- 1) 穴瀬 真 (1963) : 間ゲキ分布と透水性 —Marshallのゼミから—, 東大農学部, 研究の資料と記録, 13: 10~15.
- 2) Brooks, R. H. and A. T. Corey (1964) : Hydraulic properties of porous media, Hydrology Papers Colorado State University 3: 1~27.
- 3) Brutsaert, W. (1967) : Some methods of calculating unsaturated permeability, Trans. ASAE 10: 400~404.
- 4) Burdine, N. T. (1953) : Relative permeability calculations from pore size distribution data, Petroleum Transactions AIME 198: 71~78.
- 5) Campbell, G. S. (1974) : A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, Soil Sci. 117: 311~314.
- 6) Childs, E. C. (1969) : An introduction to the physical basis of soil water phenomena, John Wiley & Sons Ltd. 186~188.
- 7) Fairbridge, R. W. and C. W. Finkl (1979) : The encyclopedia of soil science, Part 1, Dowden, Hutchinson & Ross, Inc. 359~369.
- 8) Fatt, I. and H. Dykstra (1951) : Relative permeability studies, petroleum Transactions AIME, 192: 249~256.
- 9) Green, R. E. and J. C. Corey (1971) : Calculation of hydraulic conductivity: A further evaluation of some predictive methods, Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 35: 3~8.
- 10) Hillel, D. (1980) : Fundamentals of soil physics, Academic Press, 209~232.
- 11) 井上光弘・野村安治 (1978) : 砂丘地圃場の透水係数と水分拡散係数について, 鳥取大砂丘研報, 17: 25~30.
- 12) Jackson, R. D. (1972) : On the calculation of hydraulic conductivity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 36: 380~382.
- 13) Jackson, R. D., R. J. Reginato and C. H. M. van Bavel (1965) : Comparison of measured and calculated hydraulic conductivities of unsaturated soils, Water Resour. Res. 1: 375~380.
- 14) Khosla, B. K. (1980) : Comparison of calculated and in situ measured unsaturated hydraulic conductivity, J. Hydrol. 47: 325~332.
- 15) Klute, A. (1972) : The determination of the hydraulic conductivity and diffusivity of unsaturated soils, Soil Sci. 113: 264~276.
- 16) Kunze, R. J., G. Uehara and K. Graham (1968) : Factors important in the calculation of hydraulic conductivity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 32: 760~765.
- 17) Laliberte, G. E., R. H. Brooks and A. T. Corey (1968) : Permeability calculated from desaturation data, J. Irrig. and Drainage Div. ASCE 94: 57~71.
- 18) Marshall, T. J. (1958) : A relation between permeability and size distribution of pores, J. Soil Sci. 9: 1~8.
- 19) Mualem, Y. (1976) : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resour. Res. 12: 513~522.
- 20) Mualem, Y. (1978) : Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: Generalized macroscopic approach, Water Resour. Res. 14: 325~334.
- 21) Mualem, Y. and G. Dagan (1978) : Hydraulic conductivity of soils: Unified approach to the statistical models, Soil Sci. Soc. Am. J. 42: 392~395.
- 22) Nielsen, D. R., R. D. Jackson, J. W. Cary and D. D. Evans (1972) : Soil water, ASA, SSSA 72~74.
- 23) Parkes, M. E. and P. A. Waters (1980) : Comparison of measured and estimated unsaturated hydraulic conductivity, Water Resour. Res. 16: 749~754.
- 24) Purcell, W. R. (1949) : Capillary pressures—their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom, Petroleum Transactions AIME, 186: 39~48.
- 25) Ragab, R., J. Feyen and D. Hillel (1981) : Comparative study of numerical and laboratory methods for determining the hydraulic conductivity function of a sand, Soil Sci. 131: 375~388.
- 26) Ragab, R., J. Feyen and D. Hillel (1982) : Comparison of experimental and simulated infiltration profiles in sand, Soil Sci. 133: 61~64.
- 27) Sinclair, L. R., D. W. Fitzsimmons and G. L. Bloomsburg (1974) : Permeability of unsaturated field soils calculated from laboratory desaturation data, Trans. ASAE 17: 399~405.
- 28) van Genuchten, M. Th. (1980) : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Sci. Soc. Am. J. 44: 892~898.

(昭和57年12月20日受理)

Summary

In order to estimate the soil water regime by analysis or simulation of soil water movement, it is necessary to determine the soil water characteristic curve ($h-\theta$ relationship) and the hydraulic conductivity ($K-\theta$ or $K-h$ relationship). However, it is difficult to determine the $K-\theta$ relationship only by carrying out laboratory and field experiments.

In this paper, the methods of calculation of the unsaturated hydraulic conductivity from the

soil water characteristic curve and saturated conductivity were reviewed, and the hydraulic conductivity for dune-sand was calculated from the laboratory experimental desaturation data using various methods. The methods used included : Jackson ($\beta = 0, \beta = 0.5, \beta = 1.0, \beta = 4/3$) ; Campbell ($p = 1.0$) ; Mualem, 1978 ($\omega = 69.46$) ; Averjanov ($\alpha = 2.0, \alpha = 3.0, \alpha = 3.5$) ; Burdine ($\lambda = 1.427$) ; Wyllie and Gardner ($\lambda = 1.427$) ; Mualem, 1976 ($n = 0.5$). The experimental values were obtained by applying the internal drainage method in an actual sandy field in 1978. The calculation of hydraulic conductivity by the Campbell, Mualem (1978) , Kunze, Millington and Quirk, Burdine methods gave conductivity values very similar to the experimental values. However, the values obtained by the Mualem (1976) and Wyllie and Gardner methods were much smaller than those by the other methods when the water content was high. The calculated values obtained by the Averjanov method with $\theta_r = 0.0525 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ and $\alpha = 3.5$ fitted in closely with the field experimental values. It was shown that the calculated conductivity values depend not only upon the soil water characteristic curve but also upon the physical parameters included in each method.