

土 壌 の 力 学 的 挙 動

東 山 勇*

1. はじめに

水田の圃場整備に伴う大型機械の導入、干拓地におけるヘドロ地盤の造成、火山灰土の農地土工など、土壌の工学的な課題は、農機具や土木施工機械の発達に伴って、直接的な問題として最近ますます重要性をおびるようになってきた。

これらの問題の多くは土壌の粘弾性挙動、塑性流動あるいは軟化・硬化といったレオロジカルな性質と深い関係をもつが、「工学における土壌学」の役割¹⁾が強調されて以来、この10年間土壌のレオロジーは急速の進歩をとげたといえる。ここではレオロジーの問題に限定して若干の整理を行なうが、すでに過去のシンポジウムでとりあげられ本誌でまとめられたもの^{2) 3) 4)}については、なるべく重複をさけて簡単にし、特に実験上の問題等補足することによって解説的な記述を試みたい。

2. 土壌の材料学的特徴

力学の対象として土壌をみるとき、金属やプラスチックといった他の一般の材料と著しくちがった二つの特徴を備えていることがわかる。

まず第一には、粗粒子系すなわち粉体的である点である。毛管力、凝集力、摩擦といった概念は、二つの物体間の関係を論じるもので、粉体としての性格に由来するものである。一方それに対し、弾性・粘性、応力・ヒズミといった概念は連続体として論議されるものであるから、変形・流動を考えると、われわれは土壌を粗粒子系ではあるが、連続体としてとり扱うことになる。

土壌が粉体であることは、あまりにも明らかなためか、かえって実際の測定では注意が払われない場合が多い。たとえば供試体を一軸的に圧縮する場合を考える。ダイヤルゲージで測られる変形量の中には、応力 σ によって生ずる弾性ヒズミの他に、これとは無縁な不可逆な変形イニシャル・セット (initial set) が含まれている。これは応力の等方成分 $\sigma/3$ によって生じたものである。したがってクリープ試験のように、可能であればこれを除外すべきであろう。応力 σ によって充填が影響される

ことについては状態量の問題としてあとでとりあげる。

第二の特徴は、土壌中の水の役割である。アロフェン系の火山灰土、モンモリロナイト系のヘドロ地すべり粘土などの生土では、いずれも乾湿履歴によって力学的性質が変化する。このような傾向は、他の粘土鉱物を含む粘質土についても、それほど顕著ではないにしても一般にみられる。関東ロームについては生土と風乾土で、水分やカチオンの保持特性のちがいが注目されてかなりくわしく調べられてきた。その機構についても興味ある見解が示されている。⁵⁾

土壌水の存在形態については、古くから種々の分類が行なわれてきたが、力学的性質を考える上では、土粒子あるいはそれによってつくられた構造により拘束される水と、拘束をうけない水 (自由水) にわけられる。このような考え方は、土壌を土と水の相互に独立したものでなく土-水系として把握しようとする思想に由来するもので、土壌水の状態量 pF の導入により、連続体としての取り扱いへの道がひらかれたといえる。

鉄やプラスチックにみられるように、一般に物質は温度が高くなれば柔らかくなる。このように温度により状態変化をおこすが、弾性率が大きくかわる温度が転移点といわれる。土壌の場合は、等温下で土壌水すなわち pF によってこのような変化を生ずる。弾性率の大きさが大きく変化する pF を力学的転移点とよぶ。液性限界、塑性限界などは経験的にこのような力学的転移点を求めたものといえる。

3. 土壌の状態量

土壌のような物質では、安定した熱的平衡状態は期待できないから、系の状態によって一義的に定まる量、すなわち状態量 state variable の概念は正確には成立しないといえる。しかし状態の変化の微小区間や一方向の変化に対して、実用的には状態量をえらぶことができる。須藤⁶⁾からは熱力学の方法を適用することにより次のように整理した。

土壌の力学的状態を規定するものはスカラー量の圧力 P で二つの成分から成る。

$$P = P_t + P_s \quad (1)$$

*山形大学工学部

表一1 pFによる分類

pF	-2	-1	0	1	2	3	4	5
転移点	B.L. (水中滞積)			L.L. (液性限界)		P.L. (塑性限界)		
状態	液体 (ソール)	フオークト体 (ゲール)			バーガス体	固 体		
塑性挙動		ビ ン ガ ム 体			サンパナン体	粉 体		

P_i は土粒子・水系の性質から生ずる内力で、土壤水の化学ポテンシャル μ_w (水頭単位) の規準状態 μ_0 からの低下量と等価になる。すなわち P_i は pF の函数となる。

$$P_i = -h = 10^{\text{pF}} \quad (2)$$

$$h = (\text{土壤水圧 } P_w) - (\text{大気圧 } P_0) = \text{負圧}$$

$$\text{pF} = \log(-\Delta\mu) \quad \Delta\mu = \mu_w - \mu_0$$

P_e は外力によって生じた応力の等方成分で

$$P_e = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 \quad \sigma_i \quad i=1,2,3: \text{主応力} \quad (3)$$

となる。 h は一般には負圧であるが、飽和しているとき外力をうけると正圧すなわち間ゲキ水圧 u となり、 P は土質力学でいう有効応力となる。

外力が加わっていないときは、 P_i すなわち pF で状態が決定され表一1のような pF で転移する。

土壤の力学的挙動をレオロジー的に整理すると、降伏に着目して粘弾性挙動と塑性挙動にわけることができる。その内容はすでに表一1にまとめられてあるが、力学的スペクトルなど二・三の点について、さらにくわしくのべてみたい。

4. 粘 弾 性

1) 線型性

土壤の粘弾性挙動は表一1に示したように普通は線型挙動として記述する。しかし大変形を与えたため、線型性が保証されなくなったり、または流動、変形に際してその構造に変化をおこしたりする場合は非線型となる。このことは実験に際して特に注意すべきことであろう。例えばクリープ試験の結果は、アイリング的な粘性(非線型)がよく合うというときにはどのような変形を与えたかをみるべきである。また緩和弾性率が、定ヒズミの大きさすなわち初期応力の大きさによって非常にちがうという指摘は、応力の増大により状態量がか変わった点を注目すべきであろう。

2) ヒズミ遅延と応力緩和

線型粘弾性挙動を観測する場合、定応力を与えてヒズミ挙動を観測するか、あるいは定ヒズミを与えて応力挙動を観測するかによって、それぞれヒズミ遅延と応力緩和をすることができる。

前者の場合、得られたヒズミ挙動を与えた応力で除し、次元をコンプライアンスにとり一般化フオークト模型で記述すると、クリープコンプライアンス $J(t)$ は

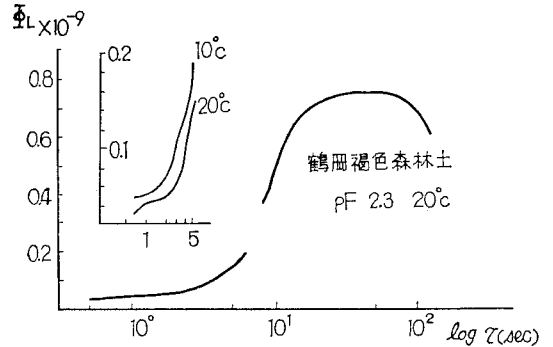
$$J(t) = \int_0^\infty \phi(\tau K) \{1 - \exp(-t/\tau K)\} d\tau K \quad (4)$$

一定振動応力の動的試験では、複素動的コンプライアンスの実数部を $J'(\omega)$ 、虚数部を $J''(\omega)$ として

$$J'(\omega) = \int_0^\infty \phi(\tau K) / (1 + \omega^2 \tau^2 K) d\tau K \quad (5)$$

$$J''(\omega) = \int_0^\infty \phi(\tau K) \omega \tau K / (1 + \omega^2 \tau^2 K) d\tau K \quad (6)$$

と表わすことができる。 $\phi(\tau K)$ は遅延時間 τK の分布



図一1 遅延スペクトル

を示すもので遅延スペクトルとよばれる。一例を図一1に示す。但しここでは観測範囲が広いので対数表示 ϕ_L ($\log \tau K$) を用いた。短時間の部分は低周波振動粘度計、長時間部は静的試験により求めたものである。

応力緩和については、一般化マックスウエル模型で記述すると、緩和弾性率 $G(t)$ 、複素動的弾性率の実数部 $G'(\omega)$ 、虚数部 $G''(\omega)$ は緩和時間 τM の分布函数(緩和スペクトル) $\Psi(\tau M)$ を用いて次のように表わすことができる。

$$G(t) = \int_0^\infty \Psi(\tau M) \exp(-t/\tau M) d\tau M \quad (7)$$

$$G'(\omega) = \int_0^\infty \Psi(\tau M) \omega^2 \tau^2 M / (1 + \omega^2 \tau^2 M) d\tau M \quad (8)$$

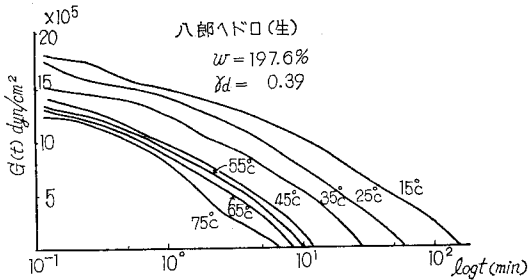
$$G''(\omega) = \int_0^\infty \Psi(\tau M) \omega \tau M / (1 + \omega^2 \tau^2 M) d\tau M \quad (9)$$

ここで t は供試土に瞬間的に一定ヒズミを与えて圧縮したときから測った時間(静的測定)であり、 ω は動的測定における正弦的な一定振動歪の角速度で、遅延スペクトルのときと同様いづれも実験のタイムスケールを表わ

す。遅延スペクトルと緩和スペクトルの間には相互変換が可能である。

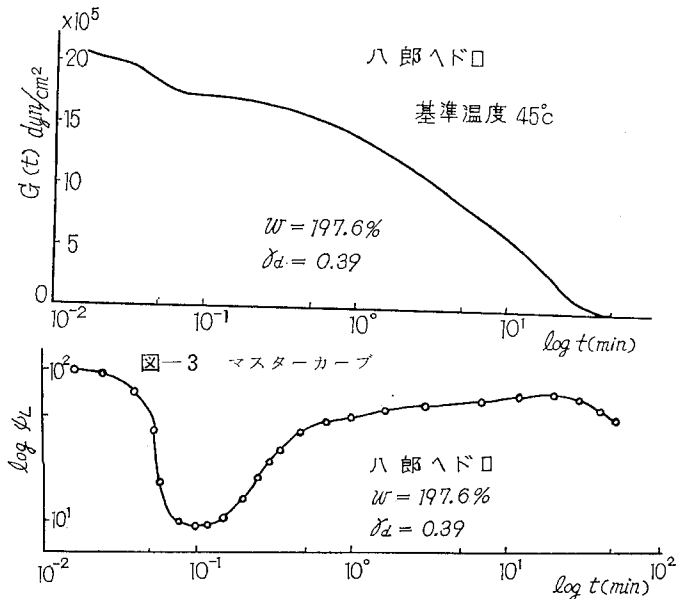
3) 時間—温度の換算則

粘弾性における時間—温度の換算則は、高分子で注目され発展した一種の作業仮説である。ある物質で熱レオロジー的単純性の仮定が成立するとすれば、温度—時間一周波数の換算則が成立する。すなわち高い周波数で観測することは低温で測定することと同じで、長時間領域の緩和弾性率は高温の弾性率を表わす⁹⁾。

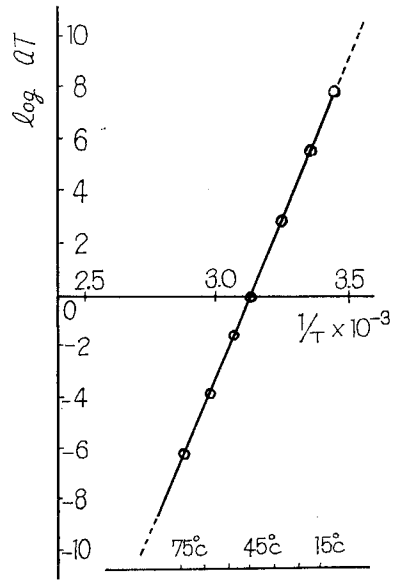


図—2 緩和弾性率

図—2は八郎瀉ヘドロ (Na—モンモリロナイト) の各温度における緩和弾性率である。45°Cを基準温度にとり、それより高温の測定のカーブは右に、低温のカーブは左に移動すると図—3のような一本の曲線が得られるが、この合成緩和曲線をマスターカーブという。ここでマスターカーブまで移動した長さは、シフトファクター (shift factor) a_T とよばれるが、 $\log a_T$ を絶対温度 T に対してプロットすると図—4のような温度依存性を示す。八郎ヘドロはこの範囲では熱レオロジー的単純



図—3 マスターカーブ



図—4 シフトファクターの温度依存性

性の仮定が成立すると考えられよう。なお図—4の直線の勾配は緩和過程におけるみかけの活性化エネルギーを示す。図—3のマスターカーブをもとに緩和スペクトルを描くと、図—5のようなくさび一箱型の緩和スペクトルが得られ、二つの緩和機構が存在することがわかる。

遅延や緩和のスペクトルが得られたからといって、いま直ちに実用的な課題に直接結びつくという可能性は少ないが、粘弾性挙動をより基本的な把握することは、将来の大きな発展の足がかりになると考えられる。

5. 塑 性

物体に及ぼす応力を降伏点以上にあげると永久変形が生じ、応力を除いてももはや元にもどらない。このような性質を塑性という。低 pF の土では、よく知られているように降伏点以上の応力で流動を生ずるが、これは塑性流動とよばれ、表—1のごとくビンガム流動で近似させうる。

降伏は偏差応力テンソルの二次不変量が限界値 S^2 に達した時におこる。この考えはミーゼスによって示され、ヘンキーやナダイによってそれぞれ別の表現が与えられた。

$$S^2 = \frac{1}{6} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2]$$

二次不変量 (主応力表示) (10)

$$S^2 = 4GR_0 \quad G: \text{剛性率} \quad R_0: \text{極限レジリエンス}$$

Hencky

$$= \frac{3}{2} \tau_{oct}^2 \quad \tau_{oct}: \text{八面体剪断応力} \quad \text{Nadai}$$

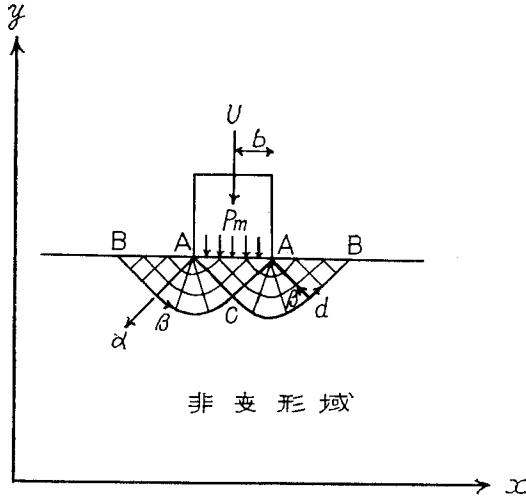
土壌の材料学的特徴を考えると

$$S = f(P) \tag{11}$$

となり S はさらに状態量の函数となる。

地盤の支持力などの問題では、粘弾性挙動よりも、おもに降伏点のみが問題となる場合が多い。そのような場合、応力が降伏点に達するまでは変形を生じない理想体を考えることによって数学的取り扱いを容易にする。これを剛完全塑性体とよび、塑性力学の分野で用いられる。剛完全塑性体とは降伏という点ではビンガム体の別の表現ともいえる。土壌をこのようなモデルで考えた場合について、以下若干の整理を行なう。⁹⁾

道路、水路など帯状構造物に対する地盤の支持力については、平面ヒズミ問題として二次元的にとり扱うことができる。図一6で幅 $2b$ のなめらかな剛体が載荷するとき、地盤（半無限平面）が降伏をおこす瞬間の接触圧 P_m は



図一6 半無限平面の圧縮

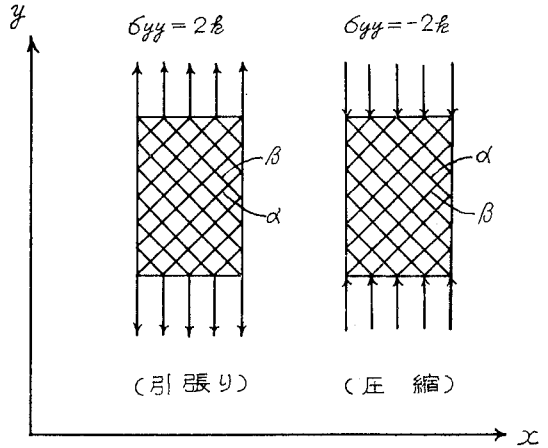
$$P_m = k(2 + \pi) = 2k \times 2.57 \tag{12}$$

k は二次元問題では主剪断応力（モール円の半径）であるが、(10)(11)式の S と等価になる。ここでは便宜的にあとの説明もすべて k の記号を用いる。(12)式の P_m は土質力学では一般に極限支持力とよばれている。

平面ヒズミを考へるような奥行（ x 軸方向）の長い供試体についての一軸圧縮すなわち単純平面ヒズミ圧縮では、図一7のようなすべり線場となり、降伏点接触圧 P_m は

$$P_m = -\sigma_{yy} = 2k \tag{13}$$

となる。(12)と(13)を合わせ考えると、地盤では土壌の降伏点は同じでも接触圧すなわち降伏荷重は単純圧縮の場合の2.57倍に高められたことがわかる。これは地盤では側方の拘束により直下（図一6の $\triangle A C A$ ）に降伏非変形

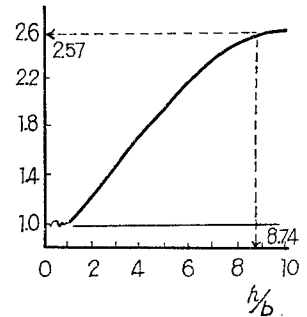


図一7 単純平面ヒズミ圧縮

域ができるためである。

次に地盤が半無限平面でない場合を考える。下層に硬盤があるとか、模型実験などで土層の厚さが $2h$ に限られている場合、(12)式は $h/t \geq 8.74$ で成立する。 $1 \leq h/b \leq 8.74$ の場合のすべり線場は Hill により解が得られたが、図一8のように土層厚と載荷板の幅の比によって降伏荷重は減少する。また側方の寸法制限については、(12)式が成り立つためには $8.67b$ 以上が必要となる。ただしあとでべるように三次元の場合はこの制限はかなりゆるくなる。

これらの制限条件 $\frac{P_m}{2k}$ は実験を行なう場合、特に留意すべき点と思われる。たとえば水田などで、二つの地盤を比較するさいに片方は少し乾いていて降伏点が当然高いことが予想される時、実際には乾いている方がクラックが発達して



図一8 接触圧の減少

かえて測定される降伏荷重をきげ、結果としては両者は大差がないと判断してしまう可能性等が考えられる。

以上の解は載荷板と土壌との摩擦はないとした場合である。pF 1.6以下実用的には pF 2程度までの低 pF ではこの假定はある程度許されると考えられるが、無視できない場合は摩擦によりすべり線場はかわる。これは接触面でうける摩擦抵抗のために側方への移動が拘束されるため、摩擦係数が高いほど降伏荷重は高くなる。

平面ヒズミ (2次元) に対して三次元の場合には Shield ら⁹⁾ によれば接触圧 P_m は円板の場合

$$P_m = 2k \times 2.845 \quad (14)$$

(12)式と比較すると数値的には平面ヒズミ問題と大差がないことがわかる。しかし寸法制限は、 $h/b \geq 3.36$ 、側方は $3.20b$ 以上とかなりゆるくなる。

長方形の場合 (長辺 a 、短辺 b)、上下界は

$$5k \leq P_m \leq k(5.24 + 0.47 \frac{b}{a}) \quad \frac{b}{a} \leq 1 \quad (15)$$

となる。

(12)式、(14)式の誘導過程で剛体の接触面を頂角 $2r$ のくさびとすることによりコーンの解を得ることができる。接触圧 P_m (くさび面垂直圧力) は r が小になれば減少し、定荷重では r が小になるほどより貫入することになる。したがってコーン指数 q_c のような表現形式をとれば、 r が小になれば q_c は大となることになる。定速貫入で行なわれるいわゆるコーンペネトロメーターについては、関連する問題の範囲も広いので別の機会に整理したい。

6. おわりに

当初与えられた講演の課題は「土の力学的挙動についての最近の進歩」であった。講演要旨ははじめその線にそってまとめたが、かえって成果の羅列に終わることが懸念されたので、このようなとりまとめになった。したがって実際的な問題との関連や応用的な課題にはふれず、基礎的研究のごく一部に限定して詳述する結果となった。レオロジーの導入は土壌の力学観をかえ新しい体系化の方向に進んでいる。今後の発展を期待してやまない。

引用文献

- 1) 須藤清次：工学における土壌学 土壌の物理性2. 4～8 (1960)
- 2) 竹中肇：土壌水のエネルギー概念 pF の工学的検討土壌の物理性 14. 21～25 (1966)
- 3) 須藤清次：土の弾性・粘性・塑性土壌の物理性13. 1～12 (1965)
- 4) 安富六郎：火山灰土壌の土工の諸問題 土壌の物理性 18. 36～43 (1968)
- 5) 岩田進午：火山灰土壌の水分について 土壌の物理性18. 18～26 (1968)
- 6) 須藤清次：土壌における状態量 土壌物理研究4. 6～8 (1967)
- 7) 須藤清次・安富六郎・山崎不二夫：土の力学的性質および状態量について 材料17. 175 275～278 (1968)
- 8) 例えば中川鶴太郎：レオロジー 岩波P237 (1960)
- 9) 例えば Hill：鷲津訳 塑性学 培風館 (1954)
山田嘉昭：塑性力学 日刊工業 (1965)