

土壌水運動理論の諸系列 (4)

—その内容と評価—

IV Darcy に始まる不飽和流の研究

浸透理論体系化研究グループ 執筆担当 田 淵 俊 雄

Darcy 法則が世に広く知られるようになり、その透水係数の値を支配する要因も19世紀後年に次々と明らかになった。それとともに流れの対象も石油工学や農業土木(水田漏水)の分野等でみられるごとく飽和流域から不飽和流域へと発展し、Darcy 式の応用範囲も広がっていった。また、Darcy から始まる研究以外の分野でも、いろいろの不飽和の領域の流れの研究が進展した。

今回はこれらの不飽和領域の研究の系列について検討を加える。

1. 概 観

Darcy に始まる不飽和流の研究は大別して2つあり、一つは不飽和の透水係数の研究であり、一つは不飽和流の形態やその特性の研究である。

不飽和の透水係数の研究は石油工学関係の Wyckoff, Leibenzon 等によっておこなわれ、含水量と透水係数の関係が調べられた。その後 Childs, Krisher 等によ

って解析されて理論式も提案されるようになり、一方で八幡、黒田等によって気泡の析出による不飽和の透水係数の時間的変化の面にも研究の手が伸びるようになった。

一方不飽和の流れの形態については、日本において数多くの研究があり、それは水田農業と深い関係にあるように思われる。また Darcy 則によらない低含水量領域での流れについては第1報で述べたような畑地農業地域における土壌物理関係の研究があり、最近に至って薄膜水の研究といった新しい側面がソ連の Дерягин 等によって開拓されつつある。

2. 不飽和の透水係数を追って

1) Wyckoff, Botset の研究¹⁾

1936年に Wyckoff と Botset により発表された透水係数 K と飽和度 m の関係を示すグラフは貴重なデータとして多くの本の中で紹介されている。これは気体 CO_2 と水の両方が一諸に流れる状態で実験され、いわば混合流

の状態で測定された K である。彼等の示したグラフの解析は次の世代の研究に委ねられたが、 K と m の一価関係を示した功績は大きい。

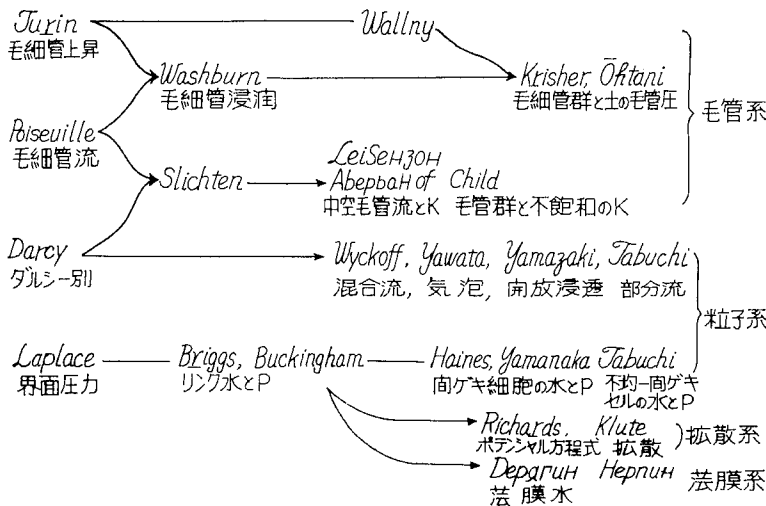


図-1 流れのとらえ方で区分した不飽和流の研究の系列図



図-2

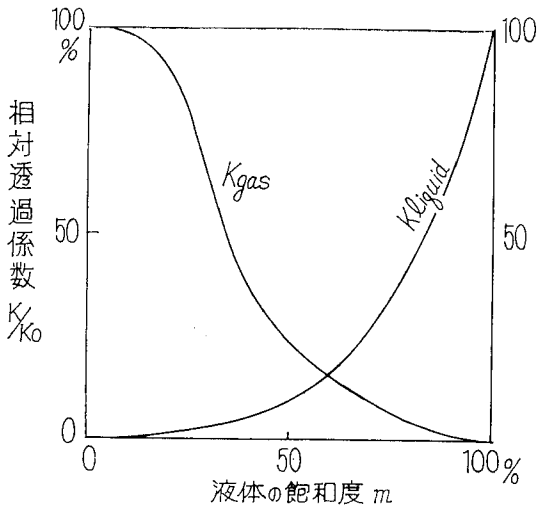


図-3

2) Leidenzon の研究²⁾

Leidenzon は任意の横断面の管の中の液体の運動速度 v を径深を使って次のように表わした。

$$v = \frac{g}{\nu} \frac{1}{\beta} R^2 \frac{\partial H}{\partial y}$$

- v : 運動速度
- g : 重力の加速度
- ν : 動粘性係数
- β : 間ゲキの断面の形によって変化する係数
- R : 径深(間ゲキの断面積 w と潤辺 l の比)
- H : 圧力(水柱高表示)

Великанов は $1/\beta$, R^2 , $\partial H/\partial y$ が互いに独立であるとして平均流速を次のように表した。

$$\bar{v} = \frac{g}{\nu} \left(\frac{1}{\beta} \right) R^2 \frac{\partial H}{\partial y}$$

統計的操作により計算して書き直し²⁾

$$K = K_0 m^3 \varphi(m)$$

$\varphi(m)$ は飽和度 m によって変化する関数で、間ゲキの形の平均値や径深、水面積、潤辺の変動係数や相関係数および比表面積を含んでいる。(詳しくは文献 2)参照)

その後 Аверьянов³⁾ は図のような毛管の中が中空になっている状態を不飽和流のモデルとして考えて、透水

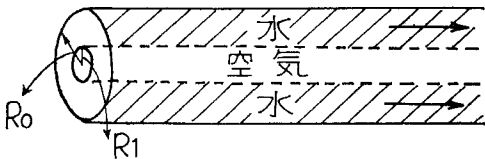


図-4

係数と飽和度の関係を導いた。

均一円筒形毛細管の中の粘性流体の流速を表わす式を使って

$$v = -\frac{r^2}{4\eta} \frac{dp}{dl} + a l_n r + b$$

$r=R_0$ の時 $v=0$, および $\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{r=R_1} = 0$ の境界条件を使い流量 Q は

$$Q = 2\pi\rho \int_{R_1}^{R_0} v r dr = \frac{\pi\rho}{8r} \frac{dp}{dl} \left[(R_0^2 - R_1^2)(R_0^2 - 3R_1^2) + 4R_1^4 l_n \frac{R_0}{R_1} \right]$$

毛管が満流している時の Q を Q_0 とすれば

$$\frac{Q}{Q_0} = (1 - \rho_0^2)(1 - 3\rho_0^2) + 4\rho_0^4 l_n \frac{1}{\rho_0}$$

$$\text{ただし } \rho_0 = \frac{R_1}{R_0}$$

ρ_0 を飽和度 \bar{w} で表わすと

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{K}{K_0} = \bar{w}(3\bar{w} - 2) - 2(1 - \bar{w})^2 l_n(1 - \bar{w}) \doteq \bar{w}^{3.5}$$

このように Аверьянов は不飽和の流れの透水係数を算定するに当って、Slichter 等が飽和流の場で試みたと同じような毛管流の運動方程式の利用を試みたのである。結論として得た式の形は簡潔で、かつ実際に使うのも面倒でない。しかし得られるのは透水係数の飽和時の透水係数に対する比であって、絶対値ではない。

3) Childs の研究⁴⁾

土の毛管水分分布曲線を説明するのに太さの違う毛管群のモデルが用いられるが、このような不均一な毛管群の中に水が選択的に存在することをもって不飽和な状態を表現する。

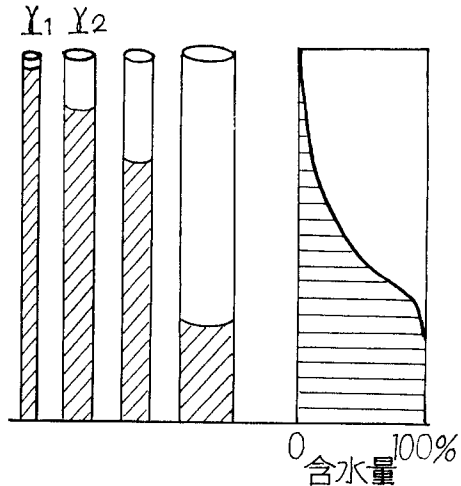


図-5

この考えを Richards は不飽和の流れの運動方程式を立てる時に使ったが Childs と Collis-George は不飽和の透水係数の算出に用いた。土の間ゲキを径の異なる毛管の集合とし、水分が減少する場合には太い毛管から順々に水がなくなるといふ假定の下で含水量と透水係数の関係式を導いた。したがって太い毛管には水がなく、細い毛管に水があるという MASS としての不飽和の形態である。故に毛管の一つ一つをとってみれば空であるか満であるかであり、土の中の水の流れが起きている毛管は常に満流であり先に述べた毛管中空型とは違う。だから運動方程式は Poiseuille の毛管流の式がそのまま適用しうることになり新しい運動方程式の誘導は不必要になる。ただし K の計算は含水量だけでは不可能で毛管分布を測定する必要がある。次に簡単に紹介すると Poiseuille の毛管流の式は

$$Q = \frac{-\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$g(r)\delta r$ を 1cm^2 内の半径 r の毛管の本数とすれば

その流量 $Qr = -\frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} \times g(r)\delta r$

半径 R の毛管までが水で満ちている場合の流量は

$$\sum_{r=0}^R Qr = -\sum_{r=0}^R \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} g(r)\delta r = -K_R \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$f(r)\delta r$ を 1cm^2 内の半径 r の毛管の面積の全間ゲキに対する割合とすれば、 1cm^2 当り半径 r の毛管の面積 ar は $ar = nf(r)\delta r = \pi r^2 g(r)\delta r$ (n は間ゲキ面積)

上面の径が ρ 、下面の径が σ の毛管の 1cm^2 当りの数は

$$g(\rho \sim \sigma)\delta r = \frac{a\rho \times a\sigma}{\pi\rho^2} \text{ or } \frac{a\rho \times a\sigma}{\pi\sigma^2}$$

$$\therefore K_R = \frac{\pi}{8\eta} \sum_{\rho=0}^R \sum_{\sigma=0}^R (\rho^4 \text{ or } \sigma^4) g(\rho \sim \sigma)\delta r$$

$\sigma < \rho$ とし、 σ によって抵抗が左右されるとみなし

$$K_R = \frac{1}{8\eta} \sum_{\rho=0}^R \sum_{\sigma=0}^R \sigma^2 a\rho \times a\sigma = \frac{n^2}{8\eta} \sum_{\rho=0}^R \sum_{\sigma=0}^R \sigma^2 f(\rho) \times \delta r f(\sigma)\delta r$$

マッチングファクター M を使って

$$K_R = M \sum_{\rho=0}^R \sum_{\sigma=0}^R \sigma^2 f(\rho)\delta r f(\sigma)\delta r$$

これについて Marschall¹⁹⁾ が出した式があるが、これはほとんど Childs 等と同じ考えで、確率を考える時に毛管の面積でなく数を使うところが違っているだけである。

これらの研究は土の間ゲキを毛管型としてとらえた場合には、かなり実態に近づいたといえるが、毛管の太さの変化を2重の組み合わせとして処理する方法は中途半端である。2重にするならば3重でも4重でも良いことに

なり、2重にこだわる理由がないからである。また吸引法による毛管分布の測定が必要である点に難がある。

4) Krischer の研究⁷⁾

これは化学工学の分野で物体の乾燥を研究した Krischer が Childs よりも前に立てたモデルで、径の異なる毛管群を考えるのは Childs 等と同じであるが、その一つ一つの毛管の間の連続性を考えた点が異なる。この「毛管群は互いにいたる所で連続している」という条件は、単なる不飽和流の透水性や毛管水分分布曲線の説明だけにとどまらず水圧と水分量の一個関係やその非平衡にもとづく水分移動さえも説明を可能にした点で重要である。

図のような2本の毛管で考えると、Aの毛管の水面の水圧 $P_A = -c/r_A$ でBの毛管の水面の水圧 $P_B = -c/r_B$ で、 P_A と P_B の間には平衡状態であれば $P_A - P_B = -\rho gH$ が成り立っている。もしもここでA、またはBの毛管の水が増減すると H が変動するからこの平衡は崩れ、AからBへまたはBからAへ水の流れが生じ再び平衡に達する。したがってこの毛管の間の水面差 H は流れのない平衡状態であれば常に一定である。ということは無限に存在する全ての毛管の中の水位の高さの間には一定の相互関係が保たれるように水の運動が起きることを示す。このようにこのモデルは隔絶毛管群では不可能であった各毛管の水圧の差による水の流れの説明を可能にした。

また、これらの毛管の中に水があるかないかの差により、ある水平断面における平均水分量が飽和から0までに変化することを示すが、毛管の中の水柱の高さの差が常に一定であることはこの含水量分布が常に一定の形を示すことを意味している。さらにその水分量に対応した水圧値を示すので含水量と水圧の関係が説明しうるのである。

$$P = P(\theta)$$

従来の毛管モデルは自由水面上の土の毛管上昇の時の水分分布曲線の説明はできたがその中の水分と水圧の一個関係やその圧力差による水分移動については十分な説明ができず、土壌学の分野ではこの点の解決を粒子モデルに求めていたといえる。この点を解決したモデルは高く評価しても良からう。欠点をあげるとヒステリシスの

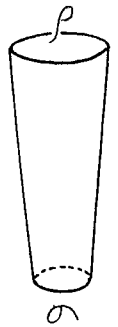


図-6

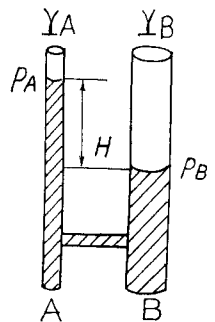


図-7

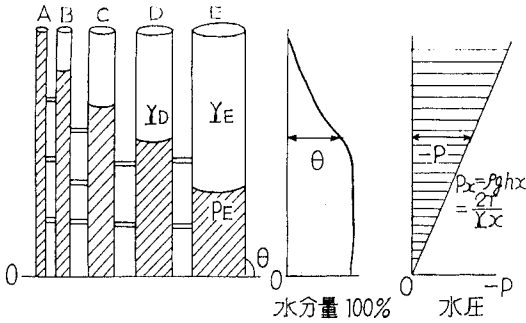


図-8

説明と方向性に難があることである。

なお Krischer, 大谷⁹⁾等はこの $p(\theta)$ 関係を使って定常蒸発下の水の運動方程式を導いた。図の x の高さの断面における水分移動速度 G は各毛管の中の流れに Poiseuille 式を適用すると

$$G = \frac{\pi g_c \rho_w}{8\mu} \left\{ -\frac{\rho_w g}{g_c} \sin \theta + \frac{dp_x}{dx} \right\} \int_{r_{\min}}^{r_x} r^4 \frac{dn}{dr} dr$$

dn は半径 dr 間の毛管の本数である。一般にはこの $n(r)$ の関係が求められないと上式は解けない。しかし $p(\theta)$ の関係を使って書き直すと $p(\theta)$ の関係がわかっているから解けるのである。すなわち

$$r = \frac{2\sigma}{p}, \quad d\theta = \pi r^2 dn \text{ を使って}$$

$$\int_{r_{\min}}^{r_x} r^4 \frac{dn}{dr} dr = \frac{1}{\pi} \int_{p_{\max}}^{p_x} \left(\frac{2\sigma}{p} \right)^2 \frac{d\theta}{dp} dp$$

$$\therefore G = \frac{\alpha g_c \rho_w}{8\mu} \left[\int_{p_{\max}}^{p_x} \left(\frac{2\sigma}{p} \right)^2 \frac{d\theta}{dp} dp \right] \left[-\frac{\rho_w g}{g_c} \sin \theta + \frac{dp_x}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} \right]$$

α は補正係数である。

このように導いてくると $p(\theta)$ の関係が一側で与えられる場合には

$$G = K(\theta) \cdot J(d\theta/dx)$$

の形になり拡散型と同じになるのである。

5) 八幡等の研究⁹⁾

次に土の中に存在する気泡の面から不飽和の透水係数を追求した一連の研究がある。

八幡は浸透中の媒体において①気泡は表層から集積し、次第に下層へ延びてゆく。②気泡の集積した部分の K は低下する。③低圧下(負圧)の方が気泡の集積は著しい。④気泡の量がかくわずかでも流量低下は大きい。これは間ゲキの中でも流路に相当する部分に気泡が集積するためと考えられると述べた。

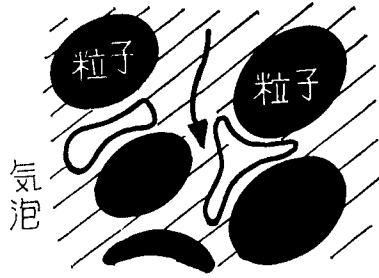


図-9

また Orlob¹⁰⁾ と Radhakrishna は同一気泡量でもその存在位置によって K が変ること、および気泡の存在位置が粒径分布によって左右されることを指摘した。黒田¹¹⁾ は Henry の法則を使ってこの気泡析出量と浸透水圧の関係を求め、その気泡析出量から透水係数の変化を求めて理論化した。

$$V_a = \frac{\Omega}{H_M} (H_0 - H_M) Q$$

V_a : 析出気体体積 cc

Ω : 大気圧下における気体の溶解度

H_M : 浸透水圧

H_0 : 大気圧(水柱高標示)

Q : 浸透量 cc

$$S = 1 - \frac{V_a}{nV}, \quad K = K_s \left(\frac{S - S_0}{1 - S_0} \right)^3$$

S : 飽和度

n : 間ゲギ率

S_0 : 死んだ間ゲギ率

K_s : 飽和透水係数

このようにしてこれらの研究は不飽和の透水係数の解析を気泡の実態の面から追求し、その質的な側面をとらえたのであるが、それとともに、その時間的変化にも研究の手は伸びているのである。

3. 不飽和の流れを追って

1) 秋葉等の研究¹²⁾

秋葉は地下水面上の毛管水帯の水分が地下水の流動にもなつて移動することに着目し、これに誘導毛管水という名をつけて室内実験と野外調査を行った。

そして誘導毛管水の速度を地下水面上の高さ h の関数として導き、それを積分して流量をえた。

このように毛管水帯の水の移動の事実を指摘した意義は大きく、それまでの毛管流を無視した方法への警鐘となった。しかし一方でこのような誘導毛管水と地下水を区別する考えが毛管水帯の水の流れと地下水面下の流れが質的にまったく違うかのような印象を後の研究者達に

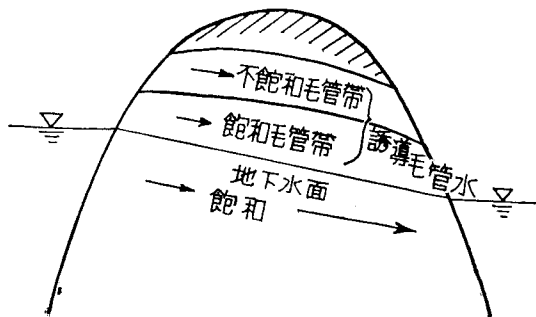


図-10

与えたように思われる。最近になって吉田¹³⁾はこの領域の流れについて若干の実験を行ない、不飽和毛管帯も含めた全域でポテンシャル線と流線は基本的に直交していることを確認し、また自由水面 ($p=0$ の面) は流線とは一致しないことを明らかにした。

すなわち毛管帯の上部では不飽和になるという点ではその下の飽和帯と異なるが、両域でまったく質の異なる流れが存在するわけでないことを示した。

二つの飽和帯の流れが $p=0$ の面を境にして区別されるものでないことは、次に述べる山崎の研究によっても指摘された。

2) 山崎等の研究¹⁴⁾

山崎は成層土層における降下浸透の研究から、流れのマクロな性質として①閉鎖浸透と開放浸透の区別があり、水圧が限界負圧以下になると開放浸透になること。②開放浸透では間ゲキ中に大気と連結した空気が存在し、動水勾配 J が1になること。③開放浸透では負圧値により K が変化し、閉鎖浸透では K は変化せず水圧が負でも正圧浸透と何等変りないこと。を指摘した。

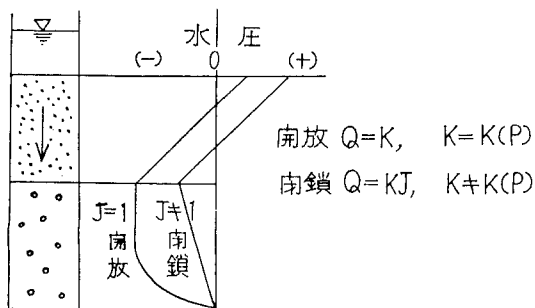


図-11

このように閉鎖浸透と開放浸透が明瞭に区別されたことは、飽和から不飽和への流れの発展の研究上で画期的なことで「水圧が負圧であれば不飽和流で特別な流れに

なる。または不飽和流であれば $K(p)$ の関係がある」という偏見を打破した。

田淵¹⁵⁾、中村¹⁶⁾も山崎の示したことを実験的に確め、特に中村は負圧値との関係について毛管水分曲線を使って意欲的に検討を進めている。

しかしながら現在までに理論的追求が不十分で次の点が未解決のままである。①流れそのものの実態、② $J=1$ になる理由、③ Darcy 式の検証、または開放流の運動方程式の確立。

3) 田淵の研究¹⁷⁾

これは成層浸潤の研究の際に田淵によって発見された流れで、浸透断面のある部分は満流し、ある部分は水が全然ないという流れで部分的流れと名づけられている。空気が大気とつながっていてしかも水圧が正の場合にはこのような部分流は起りえないが、水圧が負でしかも粒子層の毛管負圧よりも (-) 側であれば気水界面は気体側へ移動せずに流れは部分流として存在する。運動方程式は流れが満流状態をとるので Darcy 式で代用できる。浸潤の際部分流になる条件式は

$$q_l < K_2$$

$$Q \doteq q_l A = K_2 a$$

ただし $q_l = K^1 \left(\frac{h_0 + h_{e2}}{l_1} + 1 \right)$

a は部分流の断面積。降下浸潤時および浸潤後の浸透では部分流の部分の断面積 a は深さ方向にはほぼ一定で $\frac{q_l}{K_2} A$ の値に等しくその動水勾配は1になる。

実際の流れの中にこのような部分流が出現したことは重要な意味もっている。なぜなら流れの部分は飽和で、流れのない部分は乾燥状態でありながら、マクロに全体をとらえると

$\frac{a}{A}$ という値の飽和度をもつ不飽和状態となるからである。そしてその平均的な透水係数 \bar{K}_2 は $\frac{a}{A} \bar{K}_2$ となる。

4. その他の不飽和の形態

ここでは上述した Darcy に関連した研究以外の所で現れた不飽和の形態を簡単に紹介する。

1) 田淵の研究

Briggsが粒子層のリング水に着目したのに対し、Haines¹⁸⁾ や山中¹⁹⁾ は粒子層の間ゲキセルの水の出入に着目し、このセルからの水の脱水や浸水現象を解析した。間

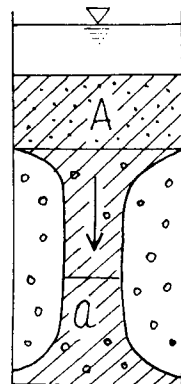


図-12

ゲキセルとしては Slichter²⁰⁾と同じく均一球状粒子(いわゆる理想土壌)の疎充填と最密充填を考え、セルの大きさからそこに形成される界面の負圧値を求めた。そしてその最大負圧値(ネックに相当)からそこのできるメニスカスの破れる限界の圧力差(entry pressure という)を求めた。

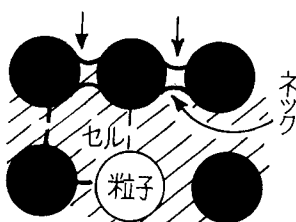


図-13

すなわち、最密充填の間ゲキセルの中の界面の示す圧力は山中によると

$$P = \frac{-2T}{R} \cos \theta$$

$$R = \frac{r}{\sqrt{r^2 - H^2}} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} r - \sqrt{r^2 - H^2} \right)$$

T : 表面張力 θ : 接触角

r : 粒子の半径 H : ネックから界面までの高さ

$H=0$ の時の界面がネックの界面に相当し

$$R \approx 0.15r$$

$$P_1 = -12.9 \frac{T}{r} \cos \theta$$

疎充填の時

$$P_2 = -4.8 \frac{T}{r} \cos \theta \approx \frac{-1}{3} P_1$$

逆にセルへ水が浸入する時の最小の p は最密充填で

$$P_3 = -2 \frac{T}{r} \cos \theta \approx \frac{-1}{6} P_1$$

このようにして彼等は間ゲキセル中の飽和から含水量 θ にいたる水分段階に水圧変化を対応させることに成功した。これは Briggs によるリング水段階の $p(\theta)$ 関係を高含水量領域へも発展させたのであり、その功績は大きい。

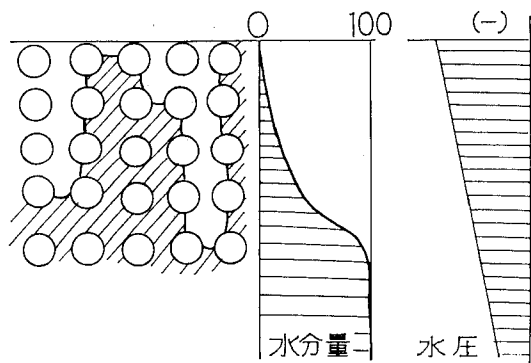


図-14

しかしこの理論では水圧が限界水圧にまで低下すると一斉に間ゲキセルに空気が入り、含水量は飽和からほとんど不連続的にリング水の低含水量領域に低下することになる。したがって毛管水分分布曲線のような連続的な水分変化は説明できず、したがって不飽和領域での水の移動を説明することもできなかった。

田淵²¹⁾は間ゲキセルに、不均一性の概念を導入して確率的扱いをおこなった。

これは間ゲキセルの不均一性(具体的には間ゲキセルとセルの間のネックの大きさの不均一性)にもとづくもので、水がある負圧を示す時にあるネックの界面は開きある界面は開かないとする。この開く開かないはその界面の大きさによって決ることで、ある負圧 p に対して確率 $f(p)$ で与えられるとする。そしてあるセルが水によって飽和しているかまたは空気によって占められるかは、そのセルと大気とを結ぶ無数のルートの通過確率の和 F として計算される。

この F によって粒子層の中の水が満ちたセルと空のセルの割合が決り、その数で含水量が定まる。

式は複雑なので一般化した形で示すと第 n 層目の F は n が 20 以上になると収斂するので

$$F_n = F(f), \theta = \theta(F) = \theta(f)$$

$f = f(p)$ だから $F = F(p)$ で F は p のみの関数になる。 $f(p)$ はセルの大きさの分布式から求め、 p の値は水平と鉛直の各々によって次のようにして考えられる。

$$\begin{cases} \text{水平方向の時} & p = p_0 = \text{const} \\ \text{鉛直下方の時} & p = p_0 + n h \rho g \end{cases}$$

p_0 : 表面の水圧(負の値をとる)

p : 水圧

h : 粒子一層の厚さ

n : 層数

こうして含水量は負圧 p の関数で表われる。ただし水が飽和粒子層から脱水する時と乾燥粒子層へ浸入する時とでは $f(p)$ の値が違ふから含水量と負圧の関係も異なる。

田淵はこれを使っても毛管水分分布曲線と吸引曲線を計算で求め、実験と比較した。

これにより Haines のモデルでは不可能であった水分分布曲線や不飽和状態の水の移動の説明ができるようになった。いわば毛管系の Krischer モデルに相当するものが作られたのであるが、運動学的な面の研究はまだなされていない。

今後、山崎、中村等の研究と結びつくことが期待される。

2) Klute 等の研究²³⁾

第1報で述べたように、Richards²²⁾は含水量と水圧の関係については粒子系のリング水モデルに立脚し、運動方程式は毛管系の Poiseuille 式に依拠しており、いわば両モデル系の便利な点を加え合せて使った。したがってこれは毛管モデルでもないし粒子モデルでもない。

また、現在では毛管ポテンシャルよりは水分ポテンシャルということばを用いていることにも現われているように水分量の差によるポテンシャル差が流れの駆動力とされており、その運動方程式の形や研究の手法と考え合わせて拡散型の流れと考えるのも良いであろう。

3) Дерягин 等の研究

含水量が極めて小さい場合には Коляев²⁴⁾によれば間ゲキの壁に沿った薄膜水の移動が水分移動の中心となる。

このような薄膜水の移動は Дерягин²⁵⁾等によって研究されているが近着書“Физика Почвы (土壤の物理 Нерпин, Чудновский 著)によれば、彼は薄層の流れの基本方程式を連続方程式、ナビエストークス式、熱移動の式から導き、次のような結果をえた。

薄層の表面に垂直な方向に x 軸をとり、平行な方向に y, z 軸をとり

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0, \quad v_x = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} \ll \frac{\partial v_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_z}{\partial x}$$

とみなして

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0 \\ \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - Z \\ \eta \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} &= -\frac{\partial p}{\partial y} - Y \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= X \\ \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial z} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} &= -\frac{K}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{2\eta}{\rho c_p} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \right.$$

v_x, v_y, v_z : x, y, z 方向の速度成分

η : 粘性係数

p : 圧力

X, Y, Z : 単位容量に作用する質量力

t : 時間

T : 絶対温度

R : 熱伝導係数

ρ : 密度

c_p : 等圧熱容量

さらに考察を進めて

$$\left\{ \begin{aligned} p &= p_{cl} = p_\phi + \Delta p_r - \phi_m - \phi_i \\ \phi &= \phi_m + \phi_i = \phi(H \cdot T \cdot C) \\ \Delta p_r &= f(r_1, r_2, T \cdot C) \\ X &= X_g, \quad Y = Y_g, \quad Z = Z_g \end{aligned} \right.$$

p_{cl} : 薄層の表面圧

p_ϕ : 薄層の接する相の圧力

Δp_r : ラプラスの圧力差

ϕ : クサビ圧力

ϕ_m : 分子力による成分

ϕ_i : イオン力による成分

r_1, r_2 : 曲率半径

C : 濃度

H : 薄層の厚み

X_g, Y_g, Z_g : 重力の成分

次にこの基本方程式を解いて次のような速度を表わす式をえた。

境界条件: $x=a$ のとき $v_x = v_x', \quad v_y = v_y'$

$$x=H \text{ のとき } \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} = \tau_x, \quad \eta \frac{\partial v_y}{\partial y} = \tau_y$$

$$\left\{ \begin{aligned} v_x &= v_x' + \frac{1}{2\eta} \left(\frac{\partial p_{cl}}{\partial z} - z_g \right) (x^2 - a^2) + \frac{1}{\eta} \left[\tau_x - \left(\frac{\partial p_{cl}}{\partial z} - z_g \right) H \right] (x-a) \\ v_y &= v_y' + \frac{1}{2\eta} \left(\frac{\partial p_{cl}}{\partial y} - Y_g \right) (x^2 - a^2) + \frac{1}{\eta} \left[\tau_y - \left(\frac{\partial p_{cl}}{\partial y} - Y_g \right) H \right] (x-a) \end{aligned} \right.$$

$$v' = v(T \cdot V \cdot C), \quad \tau = \tau(\sigma)$$

$$\sigma = \sigma(T \cdot C)$$

V : 電場ポテンシャル

σ : 表面張力

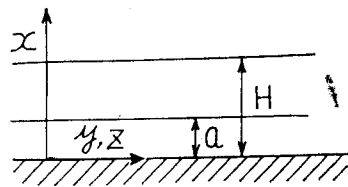


図-15

a は流れに関係しない吸着単層や溶媒層の厚みである。平均流速 v_{cp} は前式を積分して

$$\left\{ \begin{aligned} v_{cp} &= \beta \frac{\partial T}{\partial z} + \nu \frac{\partial V}{\partial z} + \mu \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{(H-a)^2}{3\eta} \\ &\times \left(\frac{\partial p_{cl}}{\partial z} - z_g \right) + \frac{H-a}{2\eta} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \end{aligned} \right.$$

表-1 不飽和の形態の色々

	研究者	運動方程式	$K(\theta)$	$P(\theta)$	間グキ	備考
毛管中空型	Аверьянов Leidenзон	Poiseuilleの変形	ア リ	—	均 一	
" 選択(隔絶)型	Wollny Childs	— Poiseuille 式	ア — リ	ア — リ	不 均 一	毛管群の滴か空
" 選択(連結)型	Krischer	Poiseuille	ア リ	ア リ	不 均 一	毛管群の滴か空
粒子層中空型	Briggs et.	伝導型	ア リ	ア リ	均 一	リング水
" 選択型	山崎, 中村 田淵	Darcy	ア — リ	ア リ ア リ	不 均 一	開放浸透 不均一セル
" 部分選択型	田 淵	Darcy	K(a)	$p=-hc$	不 均 一	部分流
" 気泡型	八幡, 黒田	Darcy	ア リ	ナ シ	—	閉鎖封入流
" 混合型	Wychoff	Darcy	ア リ	ナ シ	—	混 合
拡散型	{Richards Klute	PoiseuilleとDarcy 拡散型	ア . リ	ア リ	均 一	
薄膜型	Дерягин	N. S式より	ア リ	ア リ	—	

$$v_{env} = \beta \frac{\partial T}{\partial y} + \nu \frac{\partial V}{\partial y} + \mu \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{(H-a)^2}{3\eta}$$

$$\left(\frac{\partial p_{el}}{3\eta} - Y_g \right) + \frac{H-a}{2\eta} \frac{\partial \sigma}{\partial y}$$

β, ν, μ は熱容量, 溶質のイオンや分子の分布状況により変る係数

このようにこの派の研究はわれわれの想像以上に進んでいるようである。今後どこまで発展し, 実用化されるかはまだわからないが, Briggs に始まった低含水量領域の不飽和の流れの研究の正統な方向を目指しているように思われる。

5. 要 約

- (1) いろいろの不飽和流の形態やモデルが存在することがわかった。
- (2) 流れの研究としては, 運動方程式を把握することが必要であるが, それに加えて不飽和流の場合には液-気界面が存在することによる界面圧力と含水量の変化を表現することが必要になる。この表現のためにモデルが使われている。
- (3) 不飽和の流れのモデルとしては毛管系と粒子系の二つの潮流がある。毛管系には Poiseuille 式と Jurin の式が使われ, 粒子系には Darcy 式と Laplace 式が使われている。一般的には毛管系の方が運動を表現するのに便利で, 粒子系の方は水圧と含水量の関係を表現するのによりわかりやすく, 従来の研究もこの特長をとって行なわれている。
- (4) 現在われわれの周囲で土壌の水分子系を研究する人達

の間にモデルの不在また混同利用があるように思える。たとえば吸引法の水分曲線や毛管水分分布曲線をいろいろの場合に利用しているが, それらの人達は上述した意味ではっきりしたモデルをもっているのだろうか。もっている場合にもそれは一貫したモデルであるのだろうか。

- (5) また不飽和における開放系と閉鎖系の相異も当然のことながら念頭におかなければいけない。特にこのことは水圧含水量関係が一価であるか否かにとって重要な条件である。
- (6) こうして調べてくると粒子系も毛管系も基本的な流れの形態またはモデルは出そろったという感じであり, 不飽和流の総括がそろそろできる段階に来ている。ただし薄膜水や蒸気移動を伴う水の運動の研究はまだこれからであろうし, 土としては粒子系と毛管系以外の構造の中の流れの研究もこれからである。
- (7) 最後にここに出てきた不飽和の実態およびモデルを私なりにまとめて表にした。勝手な名前をつけさせていただいたが, この点はお許し願いたい。

文 献

1. R. D. Wychoff, H. G. Botset: The flow of gasliquid mixtures through unconsolidated sands, Physics 7, 325~345, 1936
2. アー, イー, ブダゴフスキイ: 土壌中への水の浸潤, 研究の資料と記録(東大農地工学研究室) 9, 1-93, 1955
3. С. Ф. Аверьянов: Зависимость водопроницаемости почвы-грунтов от содержания в них воздуха, Д. А. Н СССР. No. 2, 141-144, 1949

4. E. C. Childs, N. Collis-George : The permeability of porous materials, Pro. Roy. Soc. Vol. 201 A, 392--405, 1950
5. T. J. Marshall : Relations between water and soil, C. A. B. 1959
6. 長田昇 : 土壌の通気性に関する実験的研究 1. 2. 3 農土研究別冊 7. 37~53, 1963
7. O. Krischer : Grundgesetze der Feuchtigkeitsbewegung in Trockengütern, VDI-Zeitschrift Bd 82. Nr 13 373--378 1938
8. 大谷茂盛, 前田四郎 : 湿った粒状物質内における水分移動の機構, 化学工学 28 (5) 362- 367, 1964
9. 八幡敏雄 : エヤーバインディングによる土の透水性低下について, 研究の資料と記録 10, 1-32, 1960
10. G. T. Orlob, G. N. Radhakrishna : The effects of entrapped gases on the hydraulic characteristics of porous media, Trans. Amer. Geophys. Union 39 (4) 648-659, 1956
11. 黒田正治 : 溶解気体による不飽和浸透の発生と浸透性 農土論集 13. 1-6, 1965
12. 秋葉満寿次 : 誘導毛管水の研究 東京帝国大学農学部農業工学教室研究第一輯 1942
13. 吉田昭治 : 浸透流の基礎的研究 山形大学紀要 (農学) 第5巻 第3号 1968
14. 山崎不二夫 : 成層土壌の降下浸透に関する研究 研究の資料と記録 6, 1-30, 1958
15. 田淵俊雄 : 浸透における間ゲキの開放と閉鎖に関する実験 研究の資料と記録 11, 10-12, 1960
16. 中村忠春 : 毛管浸透における2つのタイプについて 土壤物理研究 No. 3. 17-20. 1966
17. 田淵俊雄 : 浸潤とそれに続く浸透II 農土研究別冊 2 1961
18. W. B. Haines : Studies in the physical properties of soils IV, J. Agr. Sci. 17. 264-290, 1927
19. 山中金次郎 : 土壌の凝集力に関する研究 農研報告 B 6 1955
20. C. S. Slichter : Theoretical investigation of the motion of ground water, U. S. Geol. Survey 19th the Ann. Rept. 2 1898
21. T. Tabuchi : Theory of suction drain from the saturated ideal soil, Analysis of capillary moisture distribution curve. Soil. Sci. Vol 102 No. 161-166 1966 Experiment on suction drain from an ideal soil, Soil Sci. 102 (5) 329-332 1966
22. L. A. Richards : Capillary conduction of liquids through porous mediums, physics 1, 318-333. 1931
23. A. Klute : A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials, Soil Sci. 73, 1952
24. Ф. Е. Колясев : Подвижность воды ВодвВ Почве Иекоторое лчти ее регчлироваиця, Вопросц Агрономической Фццпкц, 11-29
25. Б. Б. Дерягин : К одределению Закономерностей передвиженця почвенный влатц
同 上 30-40 1957
26. С. В. Нерлчн: А. Ф. Чдновский : Физцка Почвч 1967
27. 土壤水運動理論の諸系列 1. 土壤の物理性 13, 54-62 1965
28. 同上 2, 土壤の物理性, 11. 15, 33-40
29. 中野政詩 : 毛管ポテンシャルによる不飽和運動理論の歴史 土壤物理研究 No. 3. 2-5. 1966