

# 土壌水運動理論の諸系列 (1)

## —その内容と評価—

浸透理論体系化研究グループ

### I はしがき

執筆担当 東大農 田淵俊雄

土壌水の運動は従来、主として土壌学、土質力学、地下水学、自然地理学等の分野で取扱われてきており、さらに一般的な多孔体中の流体の運動としては石油工学、粉体工学の分野でも研究がおこなわれてきている。

一方、これを水の運動形態の方からみると、世界的には、飽和領域の運動は地下水学や土質力学の分野で、不飽和領域の運動は土壌物理学の分野で研究されているとすることができる。ところで、わが国の土壌水運動学は現在主として農業土木学の中でその研究が進められている。そこではアースダム、土水路、地下水における土壌水運動が取扱われているばかりでなく、水田もまた重要な対象としてとり上げられていて、そこには世界的にもユニークな「水田における浸透」の研究が独自の発展をとげつつある。最近ではこれに「畑地における水の運動」の研究も加わるようになった。このように日本における研究は、その中に個性のある分野をもちつつしかもそれを飽和から不飽和への橋渡しとして、広い分野の研究対象をもっており世界的にみてもかなり特色のある地位を築いてきている。

土壌水運動学はこのように特徴ある歴史と広い応用分野をもっているにもかかわらず、それらを系統立てて一つにまとめた文献はほとんど見当たらない。そのためこの道への入門者はむろんのことベテランの研究者でさえも、大へん不便を感じている。一方また欧米において発達した水分ポラシヤル概念とその不飽和領域の運動理論が日本に紹介されるに当って、ある種の混乱が飽和領域の運動学にまで及ぶという事態も生じた。このような混乱を防ぐためにも土壌水運動の理論を総合的に取扱った文献の早急な出現が何としても望ましい。むろん飽和から不飽和までを包含した土壌水運動学の全分野のこのようなまとめは誠に至難の業であろう。しかしこれをおこなうことは先に述べた日本の研究の立場からして、われわれ日本の研究者の責務であり、われわれのまさに試みるべき課題だと言つてよいだろう。

以上のような観点から非力を顧みず、われわれは1964年春にグループを結成し、2～3年の長期間をこれに費すつもりで作業に着手した次第である。発足時におけるグループのメンバーは、

岩田進午, 大塚嘉一郎, 岡本雅美, 多田 敦, 田淵俊雄, 中野政詩, 中村良太, 福桜盛一, 八幡敏雄, 矢橋晨吾の10名であるが, 固定的なものではなく流動的な構成をとる方針である。作業のすめ方としては, 当分の間ひとつひとつの文献を調べながら批判を加え整理をおこなうという方法を探っている。対象が非常に膨大なのでいくつかの項目に分けてすゝめ, 各項目ごとにまとめて, そのつど発表していく予定である。

ところで, われわれが文献を読んでいく場合に, まず最初に文献を何らかの見地から分類し整理しないわけにはいかない。ところがこの分類そのものが実はわれわれの目的なのである。従つてこれはあくまで仮のものであり, おそらくは先にいつて修正される運命にあるものであるが, この点は予め諒承を戴かねばならぬ。こゝにわれわれが仮に採つた研究の系列はおよそ次の通りである。今回はこの中から Buckingham の名で代表されている不飽和拡散型の研究を採り上げて報告する。(図1参照)

## II 毛管ポテンシャルによる不飽和運動理論

執筆担当 東大農 中野政詩

### (i) その起りとその発展経過

不飽和領域での土壌水の運動理論といえば誰しもが考えるのは, 何といてもまず毛管ポテンシャル派の不飽和運動理論であろう。Buckingham や Richards の名とともにその呼び名のあまねく知られている毛管ポテンシャル理論とは, そもそもどのようにして起り, どのようにその理論を展開させているのか。ここではまずその起りとその発展のおよその経過とを概観しておこう。

毛管ポテンシャルによる土壌水の不飽和運動理論は, 1898年のBriggs<sup>(1)</sup>の論文「土壌水の力学」から進展したと考えられる。これは土壌を球の集合体とみなした場合の土壌の保水機構とそこにある水のマイクロな移動機構を説明したにすぎないものであつたが, その基本的な考え方は, Buckingham<sup>(2)</sup> や W.Gardner<sup>(3)</sup> に受け入れられ, 土壌水の不飽和運動理論の基盤に組みこまれた。

Buckingham と W.Gardner は, 土壌中の水の移動を土壌中の水の流れとして解析しようとした研究者たちであるが, 両者はややちがつた扱い方をみせている。Buckingham は, Briggs の考え方を昇華させて流れの運動方程式を確立しようとしたが, W.Gardner は Briggs の考え方をマイクロな運動を説明するものとして受け入れて, 流れの解析には Slichter

---

この原稿の討論には多田敦, 田淵俊雄, 中野政詩, 中村良太, 矢橋晨吾, 八幡敏雄が参加した。

の影響を受け連続方程式の併用に目を向けている。この2つの扱いは、1931年にR.A. Richards  
によつて融合されたと考えることができる。

R.A. Richards<sup>(5)</sup> が毛管伝導度を測定し、ポテンシャル方程式を導き、ある条件の下にそれを  
解いてポテンシャル分布を求めたことは、われわれがよく知るところであるが、それらの結果を  
生み出した基盤には、一部Briggs の考え方がみられると同時に、毛細管的モデルの設定がうか  
がわれる。

第二次世界大戦の間にはさみRichards から数えて20年後の1951年に、Klute<sup>(6)</sup> が  
Crank & Henry の拡散方程式に対する考え方を背景にして、ポテンシャル方程式を拡散型方  
程式に変形した。この性格や解法、適用範囲については、1956年にPhilip<sup>(8)</sup> がとりまとめ  
Soil Science に報告している。ポテンシャル方程式から拡散型方程式への変形は、ポテン  
シャルで流れを考えて、水分量で現象を捕えるという点で、われわれに多くの便宜を与えたが、同  
時に水分量と毛管ポテンシャル、水分量と拡散係数等々について多くの論議を呼び起こした。

W. Gardner, W.H. Gardner 等<sup>(9)(10)(11)</sup> はT線水分計による実験データに基づいてこれら  
の点についてのかかなり批判的な報告をおこなっている。

水分ポテンシャルによる不飽和土壌水分運動理論は、このように発生、展開し、現在尚いくつか  
の問題を残している。それらを明らかにするために、以下にやや内容を詳しく述べてみよう。

#### (ii) Buckingham の毛管ポテンシャル理論について

一端を湿らした土の蒸発実験から土の中の水の移動を確認し、それを流れとして扱う。これが  
Buckingham の研究の出発点であつた。流れを量的につかむにあつて、Buckingham は  
流れの密度をとりあげ、それが何で与えられるかについて解答を与えたものが「土壌水の運動に関  
する研究」と題する1907年の論文である。Buckingham の理論を一口で言えば、次のよう  
なものである。土壌水の流れは、熱や電気の流れを表わすFourier の法則やOhm の法則と形  
式的には全く同じ形で表わせるのではないか。ただそのときに、土壌の水に対する伝導性と水を流  
す力が何であるか、どんな性質のものであるかの2点を明らかにすることが重要である。この2点  
の考察に際し、Buckingham は、米国農務省土性局の先輩であつたBriggs の影響を大きく  
受けている。

Briggs は、1898年に、土壌を球の集合体とみなしたとき、そこに保持される水は、毛管  
負圧のちがう粒子接点のリング水へ粒子表面の水膜を伝つて移動することを明らかにした。  
Buckingham は、この考え方に基づいて適用範囲を中程度の水分量状態の土壌と限定した上で  
毛管伝導度と水分量との関係を理論的に求めた。またBriggs は、同じ理論で、飽和土壌の重力排水の地  
下水面上に特徴ある水分分布が現われるメカニズムを、水膜の毛管力とそこにある水の重量との和



の釣合で説明している。Buckingham は、この説明から水膜の毛管力が水分量により左右され、毛管力の差が水の流れを起こすものであるとの考えに到達し、土壤の毛管ポテンシャルとして保水力をとり上げ、仕事の定義から毛管ポテンシャルが位置の何倍かで表わせることを証明し、先の重力排水の際の水分分布からポテンシャルと水分量との関係を求めることができることを示した。

こうして、Buckingham は、

$$q = \lambda S \quad (2-1)$$

を導き出し、提案したここに  $q$  は流れの密度、 $\lambda$  は毛管伝導度、(水分量の函数)、 $S$  は毛管ポテンシャル(水分量の函数)の勾配である。

論文の中で彼は(2-1)式の検証を最後に付け加えている。検証は、乾土と湿土を接触させその間の水分移動量を測定する実験によるもので、(2-1)式の $\lambda$ に理論値を、 $q$ に移動量を代入し、毛管ポテンシャルを求めて、先に求めたものと比較をするというものであるがうまく目的を果すことが出来なかつたようである。

### (iii) W.Gardner の毛管ポテンシャル論について

土壤水の運動を流れとして解析しなければならないという考え方は、すでに1907年、Buckingham が主張し、その方向の研究をまとめていることはすでに述べた。しかし、W-Gardner にそれを教えたものは、Slichter<sup>(4)</sup>であつた。Slichter は、1898年に、Darcy式と連続方程式とを使つて地下水の流れを解析していた。

一方、土壤中の水の運動についての 実体的な考え方をW.Gardnerに教えたのは、Briggs である。すでに述べたようにBriggs は、薄膜の圧力か

$$P = 2T \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3-1)$$

で与えられることを述べ、この圧力の勾配が薄膜状の水を動かす力になつてゐることを説明した。ここに  $P$  は薄膜の圧力、 $T$  は表面張力、 $r_1$ ,  $r_2$ , はそれぞれ薄膜の曲率半径W.Gardner は、これをリング水にあてはめた。というのは、水分量を決定するものは、粒子表面に附着した膜状の水よりも接点に形成されるリング水であるという考え方をしたからである。リング水の体積を曲率半径の関数として求め、リング水の体積と圧力の関係を導いた。これが運動方程式(ストークスの法則から類推した仮定)と連続方程式とを結びつける橋渡しになつてゐる。

われわれが論文を読んで目につくことは、(1)毛管伝導度が定数として数式の展開に使われ、求めた方程式の中にそのように位置することと、(2)最終的な基礎方程式が水分量に関する方程式になつてゐることである。後者の問題は、W.Gardner以後の研究を追つていくときに、よく注意していくとよい。

(IV) Richards の毛管ポテンシャル理論について

Richards は、論文の始めに土壌水運動の実体について考察し、土壌水のもつポテンシャルについて述べているが、この議論の基礎はBriggs からW.Gardner へつながる球の集合体モデルに基づく考え方である。ところが、彼が流れとして問題を捕えたときに（つまり、運動方程式についての議論を始めたときに）この考え方は消滅してしまつた。

すなわち土壌水の流れについてRichards は、不飽和状態での土壌水の流れは飽和状態で流れる部分が局在するような流れであると考えた。従つて、Darcy式の比例定数を水分量の関数とすれば、Darcy式が使えると結論づけた。これは一般にDarcy式の拡張解釈といわれているが、むしろ毛細管モデルを新しく設定し運動方程式についての仮定の基礎を与えようとしたものであると解釈すべきであろう。

Richards は、このDarcy式とW.Gardnerにより導入された連続方程式とから、いわゆる、ポテンシャル方程式を完成し、毛管ポテンシャルと水分量との関係を一価連続と仮定して、これをポテンシャルに関する方程式に変形した。この点は、毛管伝導度を毛管ポテンシャルの関数として実測したことと合わせて注目すべき点であろう。

毛管伝導度と毛管ポテンシャルの関係が直線的と考えられる水分領域について、この方程式を解き、重力排水をうけた土層の垂直方向ポテンシャル分布を求めているが、ヒステリシスについてはヒステリシスが土壌構造が変化するためにあらわれるものであるという考え方と、毛管伝導度-ポテンシャル曲線に大きな影響を与えないという考え方とから、さほどこれを重要視しなかつたようである。

(V) Klute の毛管ポテンシャル理論について

1949年、Crank と Henry は拡散係数(D)が濃度(C)の関数となつている拡散方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (5-1)$$

の解が、 $2l$ の厚さを持つ平板を液体あるいは蒸気の中に置いたとき平板による液体あるいは蒸気の吸着現象を表わすであろうと考えて、その解析をしている。Kluteはこのときの数値解法に注目し、毛管ポテンシャルと水分量が一価連続の関係にあると仮定して

$$D = k \left( \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad (5-2)$$

とおき、Richards のポテンシャル方程式を水分量に関する方程式に変形し

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (5-3)$$

これを境界条件

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 & x &= x_0 & t &> 0 \\ \theta &= \theta_{\text{II}} & t &= 0 & x &> 0 \end{aligned} \quad (5-4)$$

のもとに数値解法をした結果を報告した。

ここに  $\phi$  は水分ポテンシャル,  $\theta$  は水分量,  $x$  は距離,  $t$  は時間,  $k$  は毛管伝導度,  $D$  は拡散係数, ここで注目しなければならないことは, Klute が Richards とは反対に毛管ポテンシャルを水分量に変換したことである。われわれは, これを拡散型方程式の誕生と呼んでいる。

Richards のように毛管ポテンシャル分布が求められたとき, 流れの方向あるいは強さの解析はできる。また Klute のように水分分布曲線が求められたときには, 水分量によつて状態の指定ができる。方程式の型だけでなく, Richards の水分ポテンシャル理論と Klute のそれとの差がこの点にあることを見逃してはなるまい。

#### (vi) Philip の毛管ポテンシャル理論について

Philip の論文は拡散型方程式の単純な場合でのより容易な数値解法の研究から始まり, 初期水分量や湛水深が与える複雑な条件のもとでの解法の研究へと進み, 得られた結果と実験との比較についてまとめたものである。Philip は, 土壌水の流れが拡散型方程式によつてあらわされ, 土壌水運動の諸現象は, 拡散方程式に初期条件, 境界条件を入れていた解によつて説明できると考えている。このような考え方は, 土壌水の流れの法則が十分な実態的観察の上で見つけられたものであるならば, 申し分なかつたと思う。しかし, 拡散型方程式が抽象化された過程では, このような段階は満足にはたどられなかつた。この点で彼が選んだ道は, 解析を有効ならしめるために (1) Darcy 式が成立すること, (2) 毛管ポテンシャルおよび毛管伝導度が水分量の一価関数であること, (3) ヒステリシスが現われないこと, という三つの制限を置き, この制限の中でのみ有効であると規定することであつた。しかし, Philip の研究時点で毛管ポテンシャルによる不飽和運動理論は, 色々な問題点を残しながらも, 一つのまとまつた段階に到達していると言つてよいであろう。

#### (vii) W. H. Gardner 等の毛管ポテンシャル理論および現在の毛管ポテンシャル理論の解釈

Klute から Philip へと発展した拡散型方程式に頼るやり方に批判的見解をとる他のグループがある。それは, W. Gardner および W. H. Gardner に代表されるグループである。批判の対象は, (1) 不飽和状態で Darcy 式がなり立つかどうか, (2) 毛管ポテンシャルが水分量の一価連続関数であるかどうか, (3) 毛管伝導度が水分量の一価関数であるかどうか, (4) ホルツマン変数が水分量の一価関数であるかどうか, (5) 拡散係数が水分量の一価関数であるとした点, の 5 点である。これらの点に批判の目を向けてはいるが彼等もまた毛管ポテンシャル理論を発展させるために努力しているグループである。というのは, 彼等が同調した部分に  $q = -k \Delta \phi$  の式と連続方程式があるからである。2 個の方程式からでは流れの解析が不可能であることは明らかであるにもかかわらず

ず、なお2つだけしか認めない理由は、(2)~(5)までを否定する実験データを自らつかんだからである。この際、実験データが正しく現象を表わしているかどうか、すなわちその測定の方法とその精度が問題となるが、彼等はこのため特に、C.S.<sup>187</sup>を源にしたr線水分計を考案し、これで得られたデータを基礎にしている。(2)~(5)までが成立しなければ、ポテンシャル方程式にもどらねばならない。しかしこのままでは流れを解析するには方程式が不足してしまう。そこで彼等はこれを実験式に求めているというのが現状である。この傾向は合理性と実証性とをともに要求する科学としてはむしろ正しい方向を向いているのではないかと思われる。

現在われわれは、灌漑排水の技術の基礎資料をえることを目的として土壌と水の関係を水分量で表わし、拡散型方程式の数値解がある範囲内で実験データと一致する点に注目して毛管ポテンシャル理論に頼る場合があるが、この場合のわれわれは、次のような手順を踏んでいるのだということを忘れてはならない。(1)毛管ポテンシャルの勾配が流量流速に比例すると仮定し、(2)両者を結びつける係数の逆数を毛管伝導度とよび、それが水分量の一価関数であると仮定し、(3)毛管ポテンシャルをテンシオメータで負圧としてとらえ、(4)ヒステリシスは湿潤過程、乾燥過程を使い分けて除外する。このようにしてみると土壌水運動理論としての毛管ポテンシャル理論にはGardner 達が指摘するように前提や仮定が多く、実地の応用にはまだまだ多くの危ぐを抱かせる状態である。それにもかゝわらず、これらの仮定を土壌水の実態と結びつけて検証しようとする態度が、W.H.Gardner等のグループの他に見られないのはゆゑにも残念に思われる。以上の経過を見たときに、現在の研究時点は、Buckingham, W.Gardner, Richards の時代と比べてさほどの進歩をとげたとは思えないのである。今後の地道な研究がこれらの点に解答を与えることを希望してやまない。

## 引用文献

- 1) Briggs, L.J.:The mechanics of soil moisture.  
U.S.Dept.Agr.Bur.Soils Bull 10, (1897)
- 2) Buckingham,E.:Studies on the movement of soil moisture.  
U.S.Dept.Agr.Bur.Soils Bull.38(1907)
- 3) Gardner,W.:The movement of moisture in soil by capillarity.  
Soil Sci., 7,4(1919)
- 4) Slichter,C.S.:Theoretical investigation of the motion of  
ground water.U.S.Geol.Survey.19th Ann.Rpt.,2(1898)
- 5) Richards,L.A:Capillary conduction of Liquids through  
porous mediums Physics.1(1931)



- 6) Klute, A: A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. Soil Sci., 73(1952)
- 7) Crank, J. and Henry, M. E.: Diffusion in media with variable properties. I. II. Trans. Faraday Soc., 45(1949)
- 8) Philip, J. R.: The theory of infiltration I~II, Soil Sci., 83~85(1956~1957)
- 9) Gardner, W. H. and Gardner, W.: Flow of soil moisture in the unsaturated state. Soil Sci. Soc. Amr Psoc. 15(1951)
- 10) Rawlins, S. L. and Gardner, W. H.: A test of the validity of the diffusion equation for unsaturated flow of soil water. Soil. Sci. Soc. Amr. Paoc., 27(1963)
- 11) Ferguson, H. and Gardner, W. H.: Water content measurement in soil columns by gamma ray absorption. Soil Sci. Soc. Amr. Proc., 26(1962)