

土の弾性・粘性・塑性

山形大農 須藤清次

土の力学的性質は土木・農業で古くから取扱われてきた。したがって技術的にはそれぞれの場合の取扱いや計算法が行なわれてはいるが、理論的にみればそれらは体系だてられていないから新しい技術的課題にたいしては有効性が少ない。そこで土の変形・流動を土の理化学的性質を考慮して体系的記述を試みる。

I 土のとらえかた

1. 連続体と粒子系

一般に材料の力学は連続体 (continuum) の力学として体系化されて実用的課題に応えてきた。そのあとで物性論の誕生により、材料を構成する粒子 (原子、分子) 間の相互関係から材料の力学的性質が研究されるようになった。ところが土の力学はそれとは逆にまず粒子系 (particle system) として出発し、あとから連続体の力学が取入れられた。土を構成する粘土・砂は粗粒子であるから、それらの粒子間の関係は古典的・初歩的法則によつて表わすことができる。そのため鉄や水などの力学のような発展過程をとらず逆に粒子系から出発したものであろう。

古典的に表わされた粒子間の関係は簡明ではあるが、それから推論するときにはもとの原理の適用範囲を知っていなければならない。たとえば、土の摩擦抵抗 S を固体間の外部摩擦法則 (クーロン則, 1773~1801) $\tau_f = c + \sigma \tan \phi$ (c : 粘着力, ϕ : 摩擦角) により取扱うとき、土の変形においてポアソン比は一般にかなり大きいから図1の面力 (traction) σ_n だけでなく側方の条件により τ_f の値はことなつてこよう。

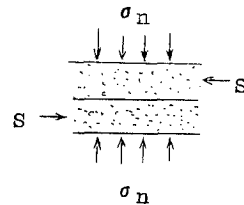


図 1

また粒子間の凝集力を毛管力理論 (ラプラス・ヤング 1804, ヘインズ 1925) により解釈しようとするときは、普通の水は常温で $p_F > 3$ の相圧による液体は存在し得ないから、強い凝集力には毛管力理論は適用することができない。

土を連続体としてとらえるときはマスのとしての土の弾性・粘性に基づく現象すなわち変形・

流動を定量的に表わすことができる。その場合には粒子の性質は問わないで変形・流動に関する物理常数（弾性率、粘性率、降伏値など）がわかればよい。しかし土の力学的性質を変えようとする場合には粒子間の関係がわからなければ方針が出ない。粒子系の性質はこのような意味において土壌学の一つの課題となろう。

前述の固体摩擦や毛管力は土の強度すなわち塑性の限界（降伏）の問題である。土ではたしかに降伏による塑性変形や破断が大きな問題であるが、場合によつては弾性変形も問題になりうるし、とくに降伏前・後の粘性は無視し得ない役割を占めている。

毛管力を取上げるときは引張り強度の問題が多いが、土では一般には圧縮にたいする抵抗とずり抵抗が課題になる。したがって圧縮やずりを粒子系でどう取扱うかが重要であるが、これらは今後の課題であつてわれわれはまだ充分な理解に達していない。

2. 連続体としての土の挙動

金属材料では普通は応力と歪の関係で弾性が大きな課題であるが、土では粘弾性 (visco-elasticity) を無視することはできない。

粘弾性挙動では後述 (II-2) するように粘性要素が弾性要素に並列または直列に加わる。粘性が直列に加わると (マクスウェル) 液体のようにも考えられるが、液体的か固体的かは η_M の大きさ (厳密に言えば η_M / G_M の大きさ) によつてきまる。フォークト模型はいかにも硬く固体的にも見えるが、フォークト模型はかならずしも硬いことや固体的であることを意味しない。たとえばフォークト模型は柔らかい土壌ペーストの挙動を表わし、マクスウェル要素は液性限界より硬くなつたときに土の力学的模型のなかに入つくる。

長いタイム・スケール (time scale) でみればフォークト体は固体にみえ、短いタイム・

スケールでみれば液体にみえる。またマクスウェル体はその逆になる。液体的か固体的かは観測時間の問題であるわけである。タイム・スケールは η_K / G_K , η_M / G_M できまる。それぞれ比は定荷重での歪 (strain) の遅延 (retardation) と定歪での応力 (stress) の緩和 (relaxation) の物理的半減期 τ_K , τ_M を表わす。このような観点から土

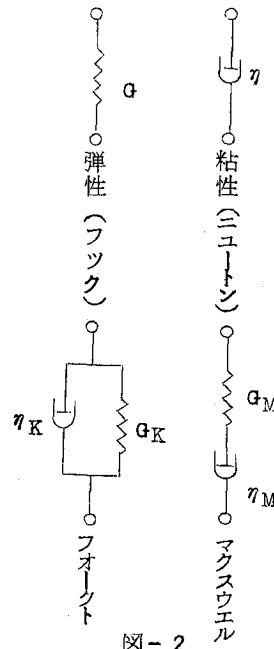


図-2

の力学的性質は次のような四つの方法で認識されよう。

- (i) 形の回復可能な変形すなわち弾性変形(固体)。
- (ii) 不可逆な変形すなわち流動(液体)。
- (iii) 粘弾性体では歪の遅延時間または応力の緩和時間。
- (iv) 固体または粘弾性体の弾性要素の強度すなわち降伏値。さらに降伏後の塑粘性。

3. 粒子系としての性質

粘土・シルトのように水とコロイド系をつくるものと、砂とに大別して考える。

(1) コロイド

土壌コロイドはハイドロ・フオビック・コロイドで、土粒子界面は通常は負電荷をもち分散媒(水)のなかの正イオン界面電気二重層をつくっている。土粒子間には静電氣的反力による反撥ポテンシャル V_R と粒子間のロンドン力(ファン・

デン・ワールス力)による吸引ポテンシャル V_A とで粒子間の力学的ポテンシャル V がきまる。板形球子では

$$V_R = A_1 \exp(-2Kd), \quad V_A = A_2 / d^2$$

a : 粒子間距離, $1/K$: 拡散二重層の厚さ

$$\text{引力} = \partial V / \partial a, \quad V = V_R + V_A$$

V_R は速く(200 Å)まで働らくが V_A は斥力より狭い(20 Å)。図3はポテンシャル曲線であるから、粒子間が近づいて曲線を昇るときは抵抗を受け曲線の谷間に

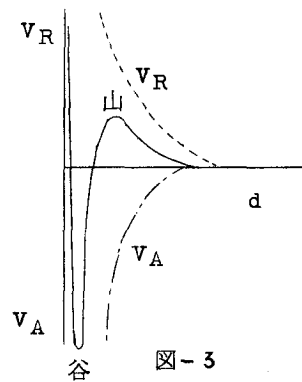


図-3

に落ちていれば粒子間が離れようとするときに抵抗をうけて凝集体は安定であることを示す。

ポテンシャルの山が高ければ接近(圧縮)抵抗は大きい。粒子間には拡散二重層以外の要素も考えなければならないのであるが、いま近似的にこの模型で考えるならば土の圧縮挙動は対立イオン(counter ion)の熱運動によるエントロピー弾性であるといえる。この模型では引張り抵抗は無視されるが、実際にも分散した系では引張りは考えない。

その場合は流動に影響する。サスペンションの比粘度 η_{sp} はミセルの体積濃度 ϕ により

$$\eta_{sp} = 2.5\phi + 1.41\phi^2, \quad \eta_{sp} = \frac{\eta}{\eta_0} - 1, \quad \eta_0: \text{分散媒の粘度}$$

で表わされる。

(2) 砂(粗大粒子)

砂の間の関係は前述(I-1.)したクローン・モールの式で表わされているが、厳密な降伏条件はあと(II-3)で触れる。引張りにたいする抵抗は水の表面張力と負圧によるが、その

場合の適用限界については既に述べた。

クーロン・モールの式による降伏条件(モール, 1900)は土にたいして適用されているが, この式自体は二つの粒子間のずり抵抗の関係である。したがって粗大粒子間の相互関係およびずり強度 τ_f として取扱うときはよいが, 一般にある応力状態(テンソル)におかれた土の強度とは別である。

4. 土と他の物体との関係

車輛の走行や耕耘の場合はいま十分に記述し得ない。ここでは付着が問題になるが, それは固体の外部摩擦のような簡単な関係式で表わしうるマクロな現象ではなくマイクロな現象であつて, 現在行なわれている現象の分析法の範囲ではマイクロな分子的挙動には迫り得ないと考えられる。

(1) 摩擦

車輛や鍬に土が付着しないならば, 固体の外部摩擦すなわちクーロン則による抵抗がそのままあてはまる。この場合にもマクロな摩擦法則だけでは充分ではない。それは土が σ の増大により軟化(III-1)を起し, その結果摩擦角 ϕ が減少して抵抗 S の増大が緩やかになるからである。

(2) 付着

付着の機構はさておいて, 付着が起きている場合には抵抗は土の内部で引起こされる。そのときは土の状態により, 土はビンガム流動またはサン・ブナン塑性挙動を起す(II-3)。図4で点線の中の土は動くことになる。

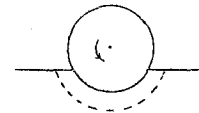


図-4

II 変形・流動の定式

1. 弾性・粘性

固体の歪による抵抗 P は歪の大きさ ϵ に比例する。

$$P = G \epsilon \quad G: \text{弾性率}$$

液体の抵抗は歪の起る速度 $\dot{\epsilon}$ ($= d\epsilon / dt$)に比例する。

$$P = \eta \dot{\epsilon} \quad \eta: \text{粘性率}$$

これらの式は図2のようにスプリングとダッシュ・ポットにより図形に表象できる。

土のわずいサスペンションは液体とみてよいが、固体とみなせる土は大きい等方圧 (hydrostatic pressure) を受けた砂ぐらいのものである。土は一般に固体とみるのは無理であるが、低次の近以としては固体とみて (大きいタイム・スケールで) 弾性率を求めることがある。

2. 粘 弾 性

簡単な粘弾性はフォークト体とマクスウェル体で (図 2), この二つの型式は粘弾性の呈する二つの力学的特徴である歪の遅延と応力の緩和の典型を示す。

(1) フォークト体

フォークト体の力学的挙動は次式で表わされる。

$$P = G_K \epsilon + \eta_K \dot{\epsilon} \quad \text{または} \quad P / G_K = \epsilon + \tau_K \dot{\epsilon}$$

$$\tau_K = \eta_K / G_K : \text{歪の遅延時間}$$

図 2 から直観されるように、フォークト体は有限の応力では形の永久変形はないから固体的粘弾性ともいわれる。しかしすでに述べたように固体的か液体的かは観測時間が長いか短いによりきまるものである。

歪の遅延は次式で表わされ、 τ_K の大きさは $PF \approx 2$ で数十秒である (図 5)

$$\epsilon = \frac{P}{G_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_K}\right) \right]$$

土壌ペーストはフォークト体とみることができる。このとき土壌コロイドはミセルが相互に接触していて自由水は存在しないならゲルでありハイドロ・フィリツク・コロイドとみなしてよいと考えられる。

(2) マクスウェル体

これは次式で表わされる (図 5)。

$$\epsilon = \frac{P}{G_M} + \frac{Pt}{\eta_M} \quad \text{または} \quad G_M \epsilon = P + \frac{Pt}{\tau_M}$$

$$\text{応力緩和は} \quad P = P_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_M}\right)$$

$$\tau_M = \eta_M / G_M : \text{応力緩和時間}$$

土壌サスペンションは一般的にはマクスウェル体といえるが弾性項は普通では観測されない。この場合は土粒子の回

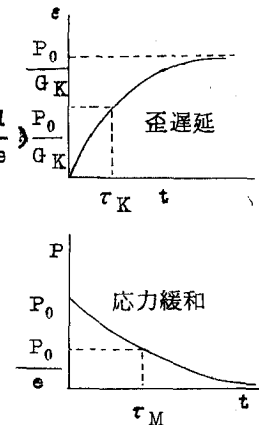


図-5

転ブラウン運動による形の回復が考えられるのである。

土では液性限界より低含水量の状態ではマクスウェル模型が土の力学的挙動のなかに現われてくる(Ⅱ-2(3))。その場合は土の間隙(pore)により不可逆な変形すなわち粘性流動 η_M が起こると考えられる(アイリングの液体粘性の理論との類以)。弾性変形 G_M は蜂巢構造による偽高弾性である。

固い土に現わる応力緩和時間は $PF \approx 2$ で数十分である(コンクリートは1月, ガラスは1年)。

(3) 土の力学的模型

土の力学的性質は経験的に含水量により三つに大別することができよう。サスペンション・ペースト, 固い土である。分子レベルの粒子で構成され物体は等圧の下で状態量(state variable)として温度 T の変化により相転移がきまる。土の力学的性質にみられる上述の三種の状態, 二つの転移点(transition point)は等温・等圧の下における土のみかけ体積と含水量の変化によつて起きる。この場合の状態量(内部エネルギー U)の変化を次式によつて考えてみよう。

$$dU = T ds - dW \quad dW = P dv (+dw_0), \quad W_0: \text{ずり仕事}$$

相図は P, T を座標として表わされるから, 相変化はエネルギーの強度因子(intensity factor)が指標になるといえる。したがつて等圧下での相変化は P が指標になる。後述(Ⅲ-3)の降伏現象や振盪によるゾルーゲル転換は dW_0 の力学的作用による転位といえる。

土壌学では μ は比自由エネルギーを表わし, $PF = \log(-\Delta\mu)$ であるが $-\Delta\mu$ は P と等価であるから, PF がサスペンション・ペースト・固い土の転移の指標となると考えられよう。

土の力学的模型は含水量(PF)により図6のように分類できる。ただし図6では降伏現象の挙動を示す模型(ビンガム模型)がつけ加えられている。また固い土の符号は E : ヤング率, λ : トルーション粘度, qu : 一軸(単純圧縮)強度の形式にした。他の二つはずり挙動で表わしてある。なお固い土(不飽水)でみられるイニシヤル・セット(初期のほゞ瞬間的な塑性変形)はここでは触れなかつた。

※ 土質工学会シンポジウム(1965年11月)「土の強度」(須藤)参照

須藤・東山・山崎「土のレオロジカルな構造」土と基礎投稿中

