拡張 Durner モデルによる不飽和透水係数の推定

Estimation of hydraulic conductivity based on the extended Durner model

幸喜 烈[1]・取出 伸夫[2]・斎藤 広隆[2]

[1]東京農工大学・[2]三重大学

要旨(Abstract)：

拡張 Durner モデルは，Durner モデルの不飽和透水係数 $K(h)$低水分領域における自由度不足を改良するために，Mualem モデルで固定値とされていたパラメータ r を変数としたモデルである。本研究では，拡張 Durner モデルの高水分領域の $K(h)$を変化させずに低水分領域のみ変化させる手法を提案した。

キーワード：水分移動特性関数, Mualem モデル, Durner モデル，拡張 Durner モデル

Key words: soil water hydraulic function, Mualem model, Durner model, extended Durner model

1.はじめに

不飽和土中水の圧力水頭 h に対する体積含水率 θ の関係である水分保持曲線 $\theta(h)$（WRF）や h に対する不飽和透水係数 $K(h)$（HCF)を関数として表すモデルは，不飽和土中水移動の数値解析に不可欠である。特に HCF を WRF と毛管束モデル(e.g. Mualem, 1976)から推定する場合は, WRF と HCF を共通のパラメータで表現できる。

これまでに単峰性の間隙径分布を想定した van Genuchten（VG）モデル(van Genuchten, 1980)が WRF として広く活用されてきた一方で，異なる水分移動形態が卓越する砂質土や黒ボク土に対しては, VG モデル 2 個の線形結合させた Durner モデル(Durner, 1994; Priesack & Durner, 2006)が用いられてきた。

HCF を推定する毛管束モデルの一般形は以下の式で与えられる。

$$K(h) = K_s S(h)^p \left[\frac{\int_0^{S(h)} h(S)^{-q} dS}{\int_0^1 h(S)^{-q} dS} \right]^r \tag{1}$$

Durner モデルの HCF 推定には q=1, r=2 に固定した Mualem モデルが用いられてきたが, パラメータ自由度の不足により低水分領域を過小評価する傾向が指摘されている。これに対し, q か r の一方が変数ならば HCF 自由度が増加し，とりわけ低水分領域の勾配を柔軟に変化させることが可能となる(Seki et al., 2021)

本研究では q=1 に固定した拡張 Durner モデルについて, r を p の関数として与えたうえで p を変化させることで HCF の低水分領域を高水分領域から独立して操作する手法を提案する。これにより，本モデルを Durner モデルの課題である HCF 低水分領域の表現に関して拡張したモデルとして薦める。

2.方法

2.1. 拡張 Durner モデル

拡張 Durner モデルの WRF は, VG モデルの WRF 2 個をサブモデルとして線形結合した式で与えられる(Durner, 1994)。

$$S(h) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \sum_{i=1}^{2} w_i \left\{ 1 + (|\alpha_i h|)^{n_i} \right\}^{\frac{1}{n_i} - 1} \tag{2}$$

ここで, h (cm)は圧力水頭, S (-)は有効飽和度, θ(-)は体積含水率, θ_s および θ_r (-)は飽和・残留体積含水率, i はサブモデルの番号, w_i (-)は i 番目のサブモデルの重み係数, α_i (cm^{-1}), n_i (-)はサブモデル i のパラメータである。

また, (2)式の WRF と q=1 とした(1)式を組

み合わせることで拡張 Durner モデルの HCF が得られる(Priesack & Durner, 2006)。

$$K(h) = K_s S(h)^p \cdot \left[\frac{\sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i \left[1 - \left\{ 1 + (|\alpha_i h|)^{-n_i} \right\}^{-1+\frac{1}{n_i}} \right]}{\sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i} \right]^r \tag{3}$$

ここで, K_s は飽和透水係数(cm d^{-1}), p は毛管間隙の屈曲度・連結性による影響を補正する係数である。

2.2. HCF 低水分領域の操作

拡張 Durner モデルではパラメータ r を変数とすることで, HCF の高水分領域を固定したまま低水分領域の操作が可能となる。

WRF パラメータと K_s が推定済みならば, p と r の値により HCF の形状が変化する。従って, HCF の高水分領域($0 \leqq |h| \leqq |h_b|$)の形状を固定するためには, 少なくとも $K(h_b)$が p, r の値に対して定数である必要がある。(3)式より, $K(h_b)$は次式で表される。

$$\begin{cases} K(h_b) = K_s \cdot S(h_b) \cdot T(h_b)^r \\ T(h_b) = \dfrac{\sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i \left[1 - \left\{ 1 + (|\alpha_i h_b|)^{-n_i} \right\}^{-1+\frac{1}{n_i}} \right]}{\sum_{i=1}^{2} w_i \alpha_i} \end{cases} \tag{4}$$

ここで p, r 以外は定数のため, r は p の関数として次式のように整理できる。

$$r(p) = -\left\{ \log_{T(h_b)} S(h_b) \right\} p + \log_{T(h_b)} \frac{K(h_b)}{K_s} \tag{5}$$

ある(p, r)の組 (p_0, r_0) が(5)式を満たすとき,

$$\log_{T(h_b)} \frac{K(h_b)}{K_s} = \left\{ \log_{T(h_b)} S(h_b) \right\} p_0 + r_0 \tag{6}$$

であるため, これを(5)式に改めて代入することで $K(h_b)$を含む項を消去できる。

$$r(p) = -\left\{ \log_{T(h_b)} S(h_b) \right\} p + \left\{ \log_{T(h_b)} S(h_b) \right\} p_0 + r_0 \tag{7}$$

さらに, Mualem モデルで一般的に用いられる(p, r)=(0.5, 2)を(p_0, r_0)とすることで次式を得る。

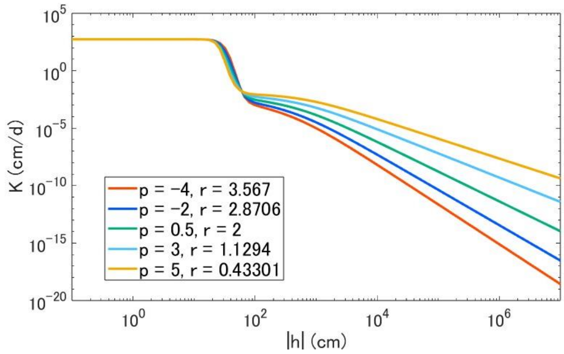

図 (7)式に基づき変化させた HCF

$$r(p) = -\left\{ \log_{T(h_b)} S(h_b) \right\} p + \log_{T(h_b)} \sqrt{S(h_b)} + 2 \tag{8}$$

(8)式を満たすならば $K(h_b)$は p に対し定数のため, 高水分領域で p に対する $K(h)$の応答が鈍敏な h_b を選択することで, 低水分領域($|h_b|<|h|$)のみを p の値によって操作できる。

3.結果・考察

鳥取砂丘砂の WRF から求めた HCF を(8)式に基づき変化させ, 一例として h_b=-60cm の場合（$r(p) = -0.34822p + 2.1741$）を図に示した。異なる p の値を与えることで, 低水分領域のみが高水分領域から独立して変化した。

HCF 低水分領域の独立操作は, 本モデルが砂質土の低水分・高水分領域で卓越する 2 つの水分移動形態をそれぞれ表現可能であり, また, h_b が水分移動形態の切り替わる圧力水頭という物理的意味を持つことを示唆する。

4.おわりに

本研究では拡張 Durner モデルの HCF 低水分領域を独立して操作する手法を示した。これにより, Durner モデルが適用困難であった乾燥砂質土等における水分移動解析への活用が期待される。

参考文献

Durner (1994), Water Resour. Res., 30(2), 211–223.
Mualem (1976), Water Resour. Res., 12(3), 513-522.
Priesack and Durner (2006), Vadose Zone J., 5(1). 121-124
Seki et al. (2021), Vadose Zone J., 21(1), e20168.
van Genuchten (1980), SSSAJ, 44(5), 892-898.